

# Der Titel ist unwichtig

## Heft 4.1

Leunammi Lokrom

Dialog  
Wahrscheinlichkeitsrechnung  
Verträglichkeitsrechnung

zwischen den Personen **Nix**, **Nox** und **Nux**

Französisch und Deutsch



2019

Erste unkorrigierte Auflage

Verlag Villa Berg Ostendstraße 12 D-70190 Stuttgart

Gesamtherstellung:

Müllerprints Rotenbergstraße 39 D-70190 Stuttgart

Alle Rechte vorbehalten,

insbesondere das der Vervielfältigung und Verbreitung für alle gedruckten und elektronisch erfassten Ausgaben für alle Auflagen in allen Sprachen, das der Übersetzung, des öffentlichen Vortrags, des Rundfunkvortrags, der Vertonung und der Verfilmung.

[www.villaberg.de](http://www.villaberg.de)

Diesem Heft liegt ein Forschungsbericht zugrunde, den Sie kostenfrei

herunterladen können von

[www.irbnet.de/daten/rswb/87089000007.pdf](http://www.irbnet.de/daten/rswb/87089000007.pdf)

**ISBN 978-3-947807-01-7**

<b>Inhalt</b>	<b>Seite</b>
Eröffnung	5
1. Denken und Erkennen in Kategorien	7
2. Am Anfang war die Unsicherheit	17
3. Die Benennung der Farben	23
4. Umgang mit der Ungenauigkeit	31
5. Der abgeschlossene Ereignisraum	39
6. Das Schulnotenbeispiel	43
7. Wie wahrscheinlich ist es, dass der Vater mit der Mathenote seines Sohnes zufrieden ist	51
8. Axiomatik	57
9. Verträglichkeitsrechnung als alternativer Umgang mit unsicherem oder ungenauem Wissen	73
10. Der Unterschied zwischen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Verträglichkeitsrechnung	103

## Dialogue

calcul de probabilité

calcul de compatibilité

### Ouverture

**Leunammi Lokrom présente Nix, Nox et Nux aux spectateurs:**

Cette personne ici s'appelle Nix. Nix a toujours une vue d'ensemble, même si cela paraît comme des vieilles lunes. „Nix“ c'est du latin et cela signifie NEIGE.

La personne, que je vous présente ici, s'appelle Nox. Nox aime tâtonner dans le noir et cherche à sortir du noir vers la lucidité.

„Nox“ c'est du latin, et cela signifie NUIT.

Et finalement, cette personne-ci s'appelle Nux. Nux aime bien en venir au fait, essaye de définir bien clairement et a des idées bien solides. „Nux“ c'est du latin et cela signifie NOIX ou NOYAU.

Maintenant nous allons entamer un dialogue avec Nix, Nox et Nux. Amusez-Vous bien !

## Dialog

### Wahrscheinlichkeitsrechnung Verträglichkeitsrechnung

#### Eröffnung

**Leunammi Lokrom stellt Nix, Nox und Nux den Zuschauern vor:**

Diese Person hier heißt Nix. Nix hat stets einen Überblick, auch wenn dies manchmal wie Schnee von gestern erscheint. „Nix“ ist lateinisch und bedeutet auf Deutsch: SCHNEE.

Diese Person hier heißt Nox. Nox tappt gerne im Dunkeln und sucht Wege aus dem Dunkel heraus in das Licht der Erkenntnis. „Nox“ ist lateinisch und bedeutet auf Deutsch: NACHT.

Und schließlich, diese Person hier heißt Nux. Nux kommt gerne auf den Punkt, definiert klar und hat fest umrissene Vorstellungen. „Nux“ ist lateinisch und bedeutet auf Deutsch NUSS oder KERN.

Mit Nix, Nox und Nux gehen wir nun in einen Dialog. Viel Vergnügen !

## 1. Penser et connaître en catégories

Nix: En pensant – d’abord en réfléchissant – et puis en prévoyant, je m’épargne beaucoup d’étapes de travail et de fausses pistes, j’évite des erreurs !

Nux: Ah, oui. - Nous assemblons des perceptions sensorielles et ainsi nous nous épargnons l’analyse détaillée des stimuli sensoriels séparés.

Nox: Mais pourquoi est-ce que nous assemblons les stimuli sensoriels en groupes ?

Nux: Nous les assemblons de telle manière que notre expérience peut être intégrée.

Nox: Tu crois que, si assez fréquemment des stimuli sensoriels différents s’accumulent, alors nous en faisons un groupe ?

Nux: À peu près au moins.

Nix: Bon, quand un nourrisson humain par exemple commence à connaître son environnement, il ne peut pas encore tout à fait estimer les distances.

Nox: Ce n’est que grâce à ses doigts et à l’expérience de s’emparer de quelque chose, qu’il **COMPREND** son environnement.

## 1. Denken und Erkennen in Kategorien

Nix: Indem ich nachdenke – zuerst nachdenke - und dann vorausdenke, erspare ich mir viele Arbeitsschritte und Irrwege, ich vermeide Irrtümer !

Nux: Ja, ja. - Wir fassen sinnliche Wahrnehmungen zusammen und ersparen uns auf diese Art die detaillierte Analyse der einzelnen Sinnesreize.

Nox: Aber warum fassen wir die Sinnesreize in Gruppen zusammen ?

Nux: Wir gruppieren so, dass unsere Erfahrung mit einfließen kann.

Nox: Du meinst, wenn häufig genug verschiedene Sinnesreize zusammenkommen, dann machen wir daraus eine Gruppe ?

Nux: So ähnlich zumindest.

Nix: Nun, wenn zum Beispiel ein menschlicher Säugling beginnt, sein Umfeld zu erkennen, dann kann er die Entfernungen noch nicht ganz einschätzen.

Nox: Durch seine Finger und Greiferfahrung BEGREIFT er dann erst seine Umgebung.

Nox - fait des gestes comme pour s'emparer de quelque chose -

Nux: Bien sûr. Le cerveau doit assembler les stimuli sensoriels – ici la lumière, l'ombre, la haptique, l'odorat, le goût, les sons et les bruits. C'est son activité.

Nox: Et comment alors fait son cerveau pour former l'assemblage ? Et comment forme-t-il les groupes ?

Nux: N'est-ce pas que dans le développement du système nerveux ces relations entre les stimuli sensoriels se réalisent par les synapses ?

Nix: Quoi qu'il en soit, la compréhension se développe avec le groupement des stimuli sensoriels, qui ne cessent de se manifester ensembles et qui surtout apparaissent plus fréquemment que d'autres ensembles sensoriels.

Nux: Cela veut dire, que déjà le nourrisson humain commence à mettre ses expériences dans des tiroirs, et à développer une pensée cloisonnée.

Nox: Tu plaisante ! Ce serait bien comme si les racines du racisme se trouveraient déjà ici???

- pause longue -



Nox - macht Greifbewegungen -

Nux: Logisch. Das Gehirn muss die Sinnesreize – hier Licht, Schatten, Haptik, Geruch, Geschmack, Klänge und Geräusche – zusammenbringen. Das ist seine Tätigkeit.

Nox: Und wie bildet sein Gehirn dann die Zusammenhänge ? Und wie bildet es die Gruppen ?

Nux: Diese Zusammenhänge zwischen den Sinnesreizen, in der Entwicklung des Nervensystems, werden das dann nicht die Synapsen ?

Nix: Wie auch immer, das Begreifen geht einher mit der Gruppierung von Sinnesreizen, die immer wieder und vor allem häufiger auftreten als andere Sinnes-Gruppierungen.

Nux: Das heißt, schon der Säugling beginnt, ein Schubladen-Denken zu entwickeln.

Nox: Du Witzbold ! Das wäre ja gerade so, als ob der Rassismus hier schon seine Wurzeln hätte???

- lange Pause -

Nix: Bien sûr. Les expériences négatives sont sauvegardées ensembles avec les groupes des stimuli sensoriels correspondants.

Nux: Tout comme les expériences positives.

Nox: Chacun a peur ou est bien circonspect surtout quant à l'étrange et au nouveau. Car au moins tout d'abord, il faut s'y attendre à des difficultés de compréhension. Cela signifie plus de travail, plus de travail intellectuel, plus d'activité du cerveau.

Nix: Et celui, qui est paresseux d'esprit, et qui en plus aurait des expériences négatives, il fait glisser tout ce qui ne correspond pas à sa façon établie de penser dans les catégories *étrange* ou *indésirée*.

Nox: Quelqu'un, qui est plutôt curieux au contraire, il se met même à chercher du nouveau et de l'étrange.

Nux: Même le nourrisson. Aussi d'ailleurs nos animaux domestiques et nos animaux de ferme. Même le dressage dans le cirque a du succès surtout, lorsque des expériences positives (des récompenses par exemple) sont associées aux perceptions et au comportement. Moi, j'y vois le même mécanisme à l'oeuvre.

Nix: Natürlich. Negativ-Erfahrungen werden zusammen mit den zugehörigen entsprechenden Sinnesreizen gespeichert.

Nux: Genauso, wie auch Positiv-Erfahrungen.

Nox: Vor allem Fremden und Neuen hat jeder zunächst einmal Angst oder ist vorsichtig. Denn man hat da ja zuerst mindestens einmal Verständnisschwierigkeiten zu erwarten. Das bedeutet mehr Arbeit, mehr intellektuelle Arbeit, mehr Gehirntätigkeit

Nix: Und wer denkfaul ist, oder wer zudem negative Erfahrungen hat, der schiebt alles, was seinem bislang aufgebauten Denkmuster nicht entspricht, in die Kategorien *Fremd* oder *Unerwünscht*.

Nox: Jemand, der neugierig ist hingegen, der sucht gerade nach Neuem und Fremdem.

Nux: Sogar der Säugling. Im Übrigen auch unsere Haus- und Nutztiere. Selbst die Dressur im Zirkus hat vornehmlich dann Erfolg, wenn positive Erfahrungen (z.B. Belohnung) mit Wahrnehmung und Verhalten verbunden werden. Ich sehe hier den gleichen Mechanismus am Werk.

Nox: Dans la recherche sur le travail scolaire, n'a-t-on pas trouvé des résultats semblables ?

Nix: Oui, ça veut dire, que le travail scolaire a du succès, lorsqu' il est accompagné d'expériences positives. Cela va d'un sourire amical, d'une petite image ou d'un smiley au succès dans les concours avec de bonnes mentions et aux récompenses financières des performances d'étude et scolaires.

Nux: Et c'est là où le sourire amical du professeur probablement est le plus efficace pour l'élève.

Nox: Alors – eh – euh - c'est comment maintenant ? On forme des groupes et des schémas de pensées pour avoir des expériences positives ? Ou quoi ?

Nux: Nooon, pas comme ça ni non plus !

Nox: Comment alors ?

Nix: Non, on doit former des groupes et des schémas, pour réduire la plénitude des stimuli sensoriels. C'est comme réduire une compote. Dix litres d'abricots, je les réduis à quatre litres de compote d'abricots. Ou bien c'est comme produire des morues séchées. On les conserve en les faisant sécher jusqu'à un petit tas, et pour la préparation du repas on peut les faire gonfler dans l'eau.

Nox: Ist man nicht in der Lernforschung zu ähnlichen Ergebnissen gekommen ?

Nix: Ja, d.h. das Lernen geht dann gut voran, wenn positive Erfahrungen es begleiten. Das reicht vom freundlichen Lächeln, einem Bildchen oder Smiley über Wettbewerbs-Siege mit Anerkennung bis zu finanziellen Belohnungen von Studien- und Schulleistungen.

Nux: Wobei ein freundliches Lächeln des Lehrers wahrscheinlich die effizienteste positive Rückmeldung für den Schüler bedeutet.

Nox: Also - eh – äh – wie ist das jetzt ? Bilden wir Gruppen und Denkmuster, um positive Erfahrungen zu haben, oder ?

Nux: Nee, so nun auch wieder nicht !

Nox: Ja, wie dann denn ?

Nix: Nein, wir müssen Gruppen und Muster bilden, um die Fülle der Sinnesreize zu reduzieren. Das ist wie Mus einkochen. Aus zehn Liter Aprikosen koche ich vier Liter Aprikosenmus. Oder es ist wie Stockfisch herstellen. Zur Konservierung und Gewichtsreduktion trocknet man den Fisch und zur Zubereitung lässt man ihn dann in Wasser quellen.

Nux: Dans le calcul matriciel, c'est pareil. On essaye de réduire d'énormes matrices, qui n'ont presque que des zéros, sur leur contenu informatif. Alors on calcul plus efficacement.

Nix: Ça, je le trouve absurde en quelque sorte, les mathématiciens réfléchissent profondément avec beaucoup d'efforts sur la façon, dont ils peuvent se sauver du travail usuel de calculer.

Nox: Ha, - petite pause – ils se font du travail, pour ne plus travailler comme d'habitude. Pour ne pas devoir calculer habituellement, ils arrivent à se mettre à toute allure dans leur travail de mathématicien.

Nix: Ce sont sans doute les racines et les origines du développement de l'ordinateur.

Nux: Non, mais non, les fondements du calcul avec 0 et 1 ont été créés par un Monsieur Leibniz, par seul intérêt systématique. Il a montré comment il faut faire pour calculer dans de différents systèmes arithmétiques. Purement pour le plaisir du jeu d'idées. - petite pause-  
Ça a été longtemps, très longtemps avant que Konrad Zuse bricolait dans la cave de ses parents sur ses premiers ordinateurs.  
- pause -

Nux: In der Matrizenrechnung gibt es auch so etwas. Man versucht, riesige Matrizen, die fast nur Nullstellen haben, auf ihren Informationsgehalt zu reduzieren. Dann kann man effizienter rechnen.

Nix: Das finde ich irgendwie widersinnig, da denken die Mathematiker tiefschürfend mit viel Mühe darüber nach, wie sie sich die Arbeit des gewohnten Rechnens ersparen können.

Nox: Ha, - kleine Pause - die machen sich Arbeit, um nicht mehr rechnen zu müssen. Um nicht herkömmliche Rechenarbeit tun zu müssen, kommen sie erst richtig bei ihrer Arbeit als Mathematiker in Fahrt.

Nix: Das werden wohl auch die Wurzel und der Ursprung für die Entwicklung des Computers sein.

Nux: Nein, nein, die Grundlagen für das Rechnen mit 0 und 1 hat ein Herr Leibniz geschaffen, allein aus systematischem Interesse. Er hat gezeigt, wie man in verschiedenen Zahlensystemen rechnen kann. Rein aus Freude am Gedankenspiel.

- kleine Pause-

Das war lange, sehr lange bevor Konrad Zuse im Keller seiner Eltern die ersten Computer bastelte.

- Pause -

## 2. Au commencement, il y avait l'incertitude

Nix: Donc, l'image du nourrisson humain, qui peu à peu prend et comprend, je ne trouve pas ça si mal que ça. Je veux dire, comment il apprend à prendre et comprendre. Comme il s'étonne tout d'abord de tout ce qui brille. Puis ensuite, comme tout est pris et mis dans sa bouche. Et même peut-être tout au début de sa vie, quand ses yeux ne commencent qu'à gagner la vue, comme l'appréciation des distances commence. Avec deux yeux on voit de deux cotés et alors le cerveau du nourrisson peut apprécier les distances par l'anticipation du tâtonnement et de la préhension d'un objet.

Nox: Lequel, naturellement, il se le met dans la bouche tout de suite.

Nix: Les sens doivent coopérer. Vue, goût, odorat, ouïe, sensation, mouvement et changement. C'est après seulement, que les différences s'aperçoivent.

Nux: En mathématiques il y a semblable. Ça a été inventé par le même monsieur Leibniz.

Nix: Le calcul différentiel ?

Nux: Oui, exactement. Comment fais-je pour apercevoir de toutes petites différences ? Quand est-ce qu'ils deviennent perceptibles ?



## 2. Am Anfang war die Unsicherheit

Nix: Also – ich finde die Vorstellung von dem Säugling, der nach und nach begreift, gar nicht so schlecht. - Ich meine, wie er greifen und begreifen lernt. Wie er zunächst alles, was blinkt, bestaunt. Dann, wie alles gegriffen und in den Mund gesteckt wird. Und vielleicht sogar ganz am Anfang seines Lebens, wenn die Augen erst den Blick gewinnen, wie da das Einschätzen der Entfernungen beginnt. Mit zwei Augen sieht man von zwei Seiten und das Gehirn des Säuglings kann dann Entfernungen einschätzen im Vorgriff auf das Betasten und Ergreifen eines Gegenstandes.

Nox: Den er natürlich auch gleich wieder in den Mund steckt.

Nix: Die Sinne müssen zusammenwirken. Gesicht, Geschmack, Geruch, Gehör, Gefühl, Bewegung und Veränderung. Dann erst werden die Unterschiede wahrgenommen.

Nux: In der Mathematik gibt es etwas ähnliches, das wurde vom gleichen Herrn Leibniz erfunden.

Nix: Die Differentialrechnung ?

Nux: Ja, genau. Wie nehme ich kleinste Unterschiede wahr ? Wann werden sie wahrnehmbar ?

Comment est-ce que je puis les décrire, les calculer, prédire leurs développements ? Oui, surtout en savoir d'avance, pronostiquer !

Nox: Cela me semble réellement comme ça. Lorsque je puis deviner le développement de ma perception ou même la prédire, alors je puis réagir plus vite sur le changement à attendre. En situation dangereuse, je me trouve dans une meilleure position.

Nux: Et les êtres vivants, dont nous savons, ils ont tous eu à faire avec des situations de danger. C'est ainsi, qu'ils se sont développés selon leur espèce.

Nox: Pour moi, c'est merveilleux. C'est un grand miracle, qui s'est passé là. Je ne le comprends pas. Je ne comprends pas, pourquoi ça arrive. Je ne comprends pas, d'où vient cette impulsion dans nous, qui nous fait devenir tout en réfléchissant. C'est pour moi comme un rêve incompris.

Nix: Hallo --- Maintenant, on va rester tout d'abord dans la réalité, et non pas dans un monde de miracles.

Nox: Oui, c'est tout à fait clair, c'est avantageux d'adapter aussi vite que possible mon comportement et mes actions en prévoyance des changements de mon environnement.

Wie kann ich sie beschreiben, berechnen, ihre Entwicklung vorhersagen ? Ja, vor allem natürlich im Voraus darüber etwas wissen, vorhersagen !

Nox: Das scheint mir wirklich so. Wenn ich die Entwicklung meiner Wahrnehmung schon ahnen oder gar vorhersagen kann, dann kann ich schneller auf die zu erwartende Veränderung reagieren. In einer Gefahrensituation bin ich dann besser dran.

Nux: Und die Lebewesen, die wir kennen, haben alle mit Gefahrensituationen zu tun gehabt. So haben sie sich in ihrer Art entwickelt.

Nox: Das ist für mich zauberhaft. Es ist ein großes Wunder, das da abgelaufen ist. Ich verstehe es nicht. Ich verstehe nicht, warum dies geschieht. Ich verstehe nicht, woher dieser Impuls in uns kommt, der uns werden lässt, indem wir nachdenken. Für mich ist dies wie ein unverstandener Traum.

Nix: Hallo --- Jetzt bleiben wir erstmal in der Realität, nicht in einer Wunderwelt.

Nox: Ja, klar, ich habe Vorteile, wenn ich vorausschauend Änderungen meines Umfeldes schnellstmöglich in Verhalten oder Handlung umsetze.

Nux: Tous les êtres vivants regardent en avant.  
Comme ça ils remarquent ce qui est important pour eux. Pour leur survivance. Pour leur reproduction.

Nox: Mais chaque créature concentre ses efforts autrement et voit les choses autrement que nous, les hommes. À quoi est-ce dû ?

Nix: Oui, par l'observation des autres êtres nous pouvons même profiter de leur prévoyance. C'est par exemple, quand nous observons des fleurs, qui ferment leur cupules, lorsqu' on peut s'attendre à une pluie.

- Pause -

Nox: Bon, rentrons au nourrisson. Quel groupement de perceptions va-t-il former tout d'abord ? Est-ce le groupe, qui consiste en *ravitaillement, chaleur et bien-être* ?

Nux: Nommé *maman*.

Nix: Et après, quand il peut voir et se tenir assis ou même debout, alors surgit un groupe d'expérience technique: *Grue. Tram. Roue. Voiture. Tracteur. Bateau. Avion.*

Nux: Plus tard alors connecté au *pourquoi?* répété constamment.

Nux: Alle Lebewesen schauen voraus. Dabei bemerken sie das, was für sie wichtig ist. Für ihr Überleben. Für ihre Fortpflanzung.

Nox: Aber jedes Lebewesen setzt doch andere Schwerpunkte und sieht andere Dinge als wir Menschen sie sehen, woran liegt das ?

Nix: Ja, wir können durch die Beobachtung anderer Lebewesen sogar von deren Vorausschau profitieren. So zum Beispiel, wenn wir die Blüten beobachten, die sich schließen, wenn mit einem Regen zu rechnen ist.

- Pause -

Nox: Na, zurück zum Säugling. Welche Gruppe von Wahrnehmungen bildet er wohl zuerst ? Ist das die Gruppe, die aus *Versorgung, Wärme, Wohlsein* besteht ?

Nux: Genannt *Mama*.

Nix: Und dann, wenn er sehen und sitzen oder gar stehen kann, dann entsteht die Erfahrungsgruppe  
Technik: *Kran. Straßenbahn. Rad. Auto. Traktor. Schiff. Flugzeug.*

Nux: Später dann verbunden mit dem beständig wiederkehrenden *Warum?*.

### 3. L'assignation des noms aux couleurs

Nix: Un pas super important dans la connaissance, c'est l'assignation des noms aux couleurs. Savez-vous comment cela fonctionne dans le cerveau ?

Nox: Sans doute cela n'a plus rien à faire avec *prendre et comprendre*, avec la *préhension* et la *compréhension*. Car le concept de *couleur* en soi n'a rien en commun avec l'action de *préhension*. C'est toute autre chose. Lors de la perception des couleurs je ne peux pas gagner mon expérience avec mes mains, je ne peux pas prendre et comprendre les couleurs. Comment après tout est-ce qu'on est arrivé à développer le concept de *couleur*?

Nix: Il y a eu sans doute pour la première fois la formation des catégories sur le programme intellectuel. On doit former des groupes de sensations visuelles, lors desquelles la lumière se comporte d'une manière définie. Mais je ne peux imaginer cela que extrêmement difficile.

Nux: Présumablement c'est un des premiers enseignements dans l'éducation, lorsqu'on dit à l'enfant quatre-vingt-cinq fois ou plus „Ceci est rouge, et cela est bleu“ - Ici on ne parle plus de *préhension*, mais de perception de lumière.

### 3. Die Benennung der Farben

Nix: Ein ganz wichtiger Schritt in der Erkenntnis ist die Benennung der Farben. Wisst Ihr, wie das im Gehirn funktioniert ?

Nox: Das hat wohl mit *nehmen* und *verstehen*, mit *greifen* und *begreifen* nichts mehr zu tun. Denn der Farb-Begriff an sich hat ja mit der Handlung des Greifens nichts zu tun. Das ist etwas ganz anderes. Beim Farbsehen kann ich meine Erfahrung nicht mit den Händen sammeln, ich kann die Farben nicht greifen und begreifen. Wie kam es überhaupt dazu, dass wir das Konzept *Farbe* entwickeln konnten ?

Nix: Da ist dann wohl erstmals die Bildung von Kategorien auf dem intellektuellen Programm gewesen. Ich muss Gruppen visueller Wahrnehmungen bilden, bei denen das Licht sich in einer bestimmten Weise verhält. Das kann ich mir aber nur als äußerst schwierig vorstellen.

Nux: Vermutlich ist das eine der ersten Lehrtätigkeiten in der Erziehung, wenn das Kind fünfundachtzig Mal oder mehr gesagt bekommt: „Dies ist rot und das ist blau.“- Hier spricht man nicht mehr von Begreifen, sondern von Licht-Wahrnehmung.

Nix: Est-ce que tu te souviens, comment tu as appris les couleurs ?

Nux: Non. Je ne sais pas.

Nix: Moi ni non plus. Mais il doit y avoir eu une nette répétition perpétuelle du nom d'une certaine couleur dans de maintes différentes constellations.

Nox: Tel que, finalement, dans ta tête s'est formé un groupe avec le nom de cette couleur.

Nux: Tel que, plus tôt ou plus tard, tu as fini par comprendre. Et alors tu savais: *Bleu*, ça peut être toute chose possible. Mais, c'est bleu seulement, si la lumière me donne telle ou telle sensation visuelle. Une autre formation de groupe dans l'activité du cerveau guide vers le concept de *couleur*:

Nox: Il se peut toutefois que le concept de *couleur* se soit formé avant le concept *bleu*.

Nux: Je ne crois pas. *Bleu*, c'est primaire. C'est une sensation. Il est vrai, que *coloré*, c'est aussi une sensation, mais j'y vois plutôt *brillant* ou *en mille reflets* comme transition vers le groupe *couleur*. Ici, il ne s'agit justement pas de préhension, mais de perception de lumière.



Nix: Weißt Du noch, wie Du die Farben gelernt hast ?

Nux: Nein. Weiß ich nicht.

Nix: Ich auch nicht. Aber es muss wohl eine klare ständige Wiederholung des Namens einer ganz bestimmten Farbe in allerlei verschiedenen Konstellationen gegeben haben.

Nox: So dass sich schließlich in Deinem Kopf eine Gruppe mit dem Namen dieser Farbe gebildet hat.

Nux: So, dass früher oder später der Groschen gefallen ist. Und dann hast Du gewusst: *Blau* kann alles Mögliche sein. Blau ist es aber nur, wenn das Licht mir die und die und die Farbempfindung gibt. Eine weitere Gruppenbildung in der Gehirntätigkeit führt dann zu dem Begriff *Farbe*.

Nox: Es kann aber auch sein, dass der Begriff *Farbe* vor dem Begriff *Blau* gebildet wird.

Nux: Glaub ich nicht. *Blau* ist primär. Das ist eine Empfindung. *Bunt* ist zwar auch eine Empfindung, aber eher sehe ich da *leuchtend* oder *schillernd* als Übergang zur Bildung der Gruppe, des Begriffs *Farbe*. Hier geht es eben nicht um Begreifen, sondern um Licht-Wahrnehmung.

Nix: Pouf !

Nux: C'est Charles Sanders Peirce, qui a bien présenté ces relations dans sa théorie des signes. Il a assigné à chaque signe trois dimensions ou aspects. Le premier aspect est celui de la sensation, qu'il appelle *primaire*.

Nix: Alors comme *rouge*, lorsque je vois rouge.

Nux: Justement. Ou comme *bleu*, quand tu vois bleu. Le deuxième aspect, c'est la relation avec le porte-signes.

Nix: Comme par exemple avec le feu de signalisation, quand c'est feu rouge.

Nux: Oui, le feu de signalisation porterait le signe *rouge*. Et le troisième aspect, c'est celui de la signification du signe. Dans le cas où le feu est rouge, ça signifie, que tu dois t'arrêter.

Nox: Et maintenant, moi, je pose la question suivante: Que faire, si le feu de signalisation est plus ou moins rouge ou si, par exemple, la lumière montrée par le feu de signalisation est changée par quelques influences extérieures, ou bien si je ne le vois pas bien ou si le feu de signalisation n'est pas tout à fait rouge.

Nix: Naja.

Nux: Charles Sanders Peirce hat in seiner Zeichentheorie diese Zusammenhänge dargestellt. Er hat jedem Zeichen drei Dimensionen oder Aspekte zugeordnet. Der erste Aspekt ist der der Empfindung, den er *primär* nennt.

Nix: So wie *rot*, wenn ich rot sehe.

Nux: Genau – oder wie *blau*, wenn Du blau siehst. Der zweite Aspekt ist der Bezug zum Zeichenträger.

Nix: Wie z.B. zur Ampel, wenn sie rot zeigt.

Nux: Ja, dann wäre die Ampel der Träger des Zeichens *rot*. Und der dritte Aspekt ist der der Bedeutung des Zeichens. Im Falle, dass die Ampel rot ist, heißt dies, dass Du anhalten sollst.

Nox: Und jetzt stelle ich die folgende Frage: Was tun, wenn die Ampel mehr oder weniger rot ist, wenn beispielsweise das Licht, das die Ampel zeigt, verändert wird durch irgendwelche äußeren Einflüsse, oder wenn ich das nicht gut sehe oder die Ampel nicht richtig rot ist.

Nix: Il y en a, qui passent le feu de signalisation au feu rouge et disent simplement, que ça avait été d'un jaune fort obscure.

Nux regarde malicieusement et Nix ricane.

Nox: Mais avec ça on y est déjà au sujet principal de nos réflexions. Que faire, quand quelque chose n'est pas tout à fait définissable, n'est pas inéquivoque, ne peut être reconnue clairement ? Lorsque je suis incertain de ce que la couleur *rouge* ne soit plutôt *presque rouge* ou bien *rouge avec accent bleu*. Ou bien, quand nous ne savons pas exactement, si mon interlocuteur voit le *rouge* tout à fait pareillement que moi.

Nux: Oui, là tu as raison. Dans la production on définit alors certaines propriétés, quant aux couleurs par exemple, on a la classification suivant RAL.

Nix: Qu'est-ce que c'est ?

Nux: RAL, c'est l'abréviation de Reichs-Ausschuss für Lieferbedingungen, et l'institut RAL est l'institut allemand pour l'assurance et le contrôle de qualité, une organisation indépendante, qui, à part d'autres devoirs, déjà depuis 1927 dénomme les nuances des *couleurs RAL*. Dans le monde entier ils sont dénommées clairement par des noms et par des

Nix: Manche, die bei rot über die Ampel fahren, sagen einfach, es sei stark dunkelgelb gewesen.

Nux schaut verschmitzt und Nix grinst.

Nox: Aber damit kommen wir ja schon zu dem Hauptthema unserer Überlegungen. Was mache ich, wenn etwas nicht so ganz definierbar, nicht ohne Zweifel eindeutig erkennbar ist. Wenn ich unsicher bin, ob die Farbe *rot* ist, oder nicht eher *nahezu rot* oder sogar *rot* ist, *aber mit Blauton*. Oder wenn wir nicht genau wissen, ob mein Gesprächspartner das *Rot* gerade genauso sieht, wie ich.

Nux: Ja, da hast Du recht. In der Produktion definiert man dann bestimmte Eigenschaften, bei Farben nimmt man beispielsweise die Klassifizierung nach RAL.

Nix: Was ist das ?

Nux: RAL ist die Abkürzung für Reichs-Ausschuss für Lieferbedingungen, und das RAL-Institut als Deutsches Institut für Gütesicherung und Kennzeichnung e. V. ist eine unabhängige Organisation, die neben anderen Aufgaben schon seit 1927 *RAL-Farbtöne* benennt. Sie kennzeichnet sie weltweit eindeutig durch Farbnamen und

chiffres. Alors il n'importe, si quelqu'un voit une couleur ainsi ou autrement.

#### 4. Manier l'inexactitude

Nox: Mais malgré tout, ce qui m'intéresse, c'est comment on peut manier un savoir, qui n'est pas exacte, soit concernant les couleurs, soit dans d'autres rapports.

Nux: Alors, il y a par exemple le calcul des probabilités. Quand tu joues aux dés, tu ne sais pas, quel nombre va tomber. Tu en es incertain.

Nix: Oui, j'avoue. Mais je sais, que les nombres ou bien le nombre des points sur le dé classique sont entre 1 et 6.

Nux: En plus tu sais, que des résultats en nombres entiers seront possibles. À part de ça tu sais, que avec un dé fabriqué tout à fait péniblement, la probabilité d'un certain nombre de points est exactement un sixième.

Nox: Mais, quand le dé est en quelque sorte un peu usé ou bien n'aurait pas été fabriqué de manière tout à fait correcte, ou bien, quand le matériel, dont il a été fait, ne serait justement pas tout à fait homogène, quoi alors ?

Farbnummern. Da ist es gleichgültig, ob das jemand so oder anders sieht.

#### **4. Umgang mit der Ungenauigkeit**

Nox: Aber trotzdem interessiert mich, wie ich mit einem Wissen umgehen kann, das nicht genau ist, ob bei Farben oder in anderem Zusammenhang.

Nux: Nun, da gibt es zum Beispiel die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Wenn Du einen Würfel wirfst, dann weißt Du auch nicht, welche Zahl fallen wird. Da bist Du unsicher.

Nix: Ja, schon. Aber ich weiß, dass die Zahlen oder die Zahl der Punkte beim klassischen Würfel zwischen 1 und 6 liegen.

Nux: Außerdem weißt Du, dass nur ganzzahlige Ergebnisse möglich sind. Ferner weißt Du, dass bei einem ganz korrekt gefertigten Würfel die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Punktzahl fällt, genau Ein Sechstel ist.

Nox: Aber wenn der Würfel nun irgendwie abgenutzt ist oder eben nicht ganz korrekt gefertigt wurde, oder wenn das Material, aus dem er gefertigt wurde, eben nicht ganz homogen ist, was dann ?

Nux: Quand ça reste à peu près dans le cadre de l'ordinaire, on peut aussi jouer merveilleusement avec un tel dé. Les probabilités alors seront à peu près un sixième tout simplement.

Nox: Bon, d'accord. Mais il y a bien d'autres jeux aussi, qui ne sont pas aussi bien structurés comme le jeu aux dés. Prenons donc le jeu au football ou les courses de chevaux.

Nix: Ah, oui, ça alors, c'est toute autre chose. Là, il y a quelque chose, qui ne va plus avec notre logique. Si l'équipe A l'emporte sur l'équipe B, puis équipe B sur l'équipe C et si finalement équipe C l'emporte sur équipe A, alors ça n'a plus rien à faire avec notre logique classique.

Nux: Sûr, car alors la transitivité de la relation „l'emporter sur quelqu'un“ n'est pas donnée.

Nix: Qu'est-ce que c'est, *transitivité* ?

Nux: Ah, cela, je te l'explique le mieux avec un exemple: Tu as trois pommes A, B et C.

La pomme A est plus grande que la pomme B et la pomme B est plus grande que la pomme C.

Nox: Donc, la pomme A est aussi plus grande que la pomme C.



Nux: Wenn das ungefähr im Rahmen des Üblichen bleibt, kann man auch mit einem solchen Würfel wunderbar spielen. Dann sind die Wahrscheinlichkeiten jeweils einfach annähernd ein Sechstel.

Nox: Gut, einverstanden. Aber es gibt doch auch noch andere Spiele, die nicht so klar strukturiert sind, wie das Würfelspiel. Nehmen wir doch das Fußballspiel oder das Pferderennen.

Nix: Ja, das, das ist ja etwas ganz anderes. Da stimmt ja auch unsere Logik nicht mehr. Wenn Mannschaft A über Mannschaft B siegt, Mannschaft B über Mannschaft C und dann aber Mannschaft C über Mannschaft A siegt. Dann hat das mit unserer klassischen Logik nichts mehr zu tun.

Nux: Sicher, denn dann ist die Transitivität der Relation „siegt über“ nicht gegeben.

Nix: Was ist das, *Transitivität* ?

Nux: Ach, das erkläre ich am besten mit einem Beispiel: Du hast drei Äpfel A, B und C. Apfel A ist größer als Apfel B und Apfel B ist größer als Apfel C.

Nox: Dann ist Apfel A auch größer als Apfel C.

Nix: Et par conséquent dans cet exemple-ci la relation *est plus grand que* est transitive, ce qui veut dire, qu'en quelque sorte cette relation est transmise, quand elle vaut dans toute une série. Alors on peut être sûr, qu'elle vaut aussi entre le premier et le dernier élément de cette série. C'est une construction assez pratique, cette transitivité.

Nox: Mais lors des concours sportifs, qui sont décidés dans des concurrences ou des parties différentes, cette transitivité n'est pas forcément toujours donnée.

Nix: Tu veux dire, si par exemple au football l'équipe A l'emporte sur l'équipe B, l'équipe B l'emporte sur l'équipe C, mais finalement l'équipe C l'emporte sur l'équipe A.

Nux: C'est ça, les jeux se font dans des temps différents et sous des conditions changées, et c'est pour ça, que ici on ne peut plus parler d'une transitivité de la relation *l'emporte sur*.

Nix: Ou bien lors des concours de beauté, ou lors des tests de bon goût.

Nux: Et en plus, un mélange de critères est mis à la base de l'évaluation finale. Les critères ont des

Nix: Und somit ist hier in diesem Beispiel die Relation *ist größer als* transitiv, das heißt, dass diese Relation gewissermaßen weitergegeben wird, wenn sie in einer ganzen Reihe gilt. Dann kann man sicher sein, dass sie auch zwischen dem ersten und dem letzten Element in dieser Reihe gilt. Das ist eine recht praktische Konstruktion, diese Transitivität.

Nox: Aber bei sportlichen Wettbewerben, die in verschiedenen Prüfungen oder Abschnitten ausgetragen werden, ist diese Transitivität nicht unbedingt immer gegeben.

Nix: Du meinst, wenn zum Beispiel beim Fußball Mannschaft A über Mannschaft B siegt, Mannschaft B über Mannschaft C und schließlich aber Mannschaft C über Mannschaft A siegt.

Nux: Ja, die Spiele werden zu verschiedenen Zeitpunkten und unter veränderten Bedingungen ausgetragen, und daher kann man hier nicht mehr von einer Transitivität der Relation *siegt über* ausgehen.

Nix: Oder bei Schönheitswettbewerben, oder bei Geschmackstests.

Nux: Und außerdem wird ein Kriterien-Mix der Abschlussbewertung zugrunde gelegt. Die Kriterien

différentes importances, mais malgré cela on ne peut pas être sûr de pouvoir appliquer les lois de la logique.

Nix: Comment ça ? Notre logique, c'est quand même un outil d'esprit tout à fait magnifique !

Nux: Oui, bien sûr, mais seulement lorsque les conditions sont accomplies, sous lesquelles elle est valable.

Nix: Je ne comprends pas tout à fait. La logique, c'est quand même toujours valable !

Nox: Tout à l'heure on avait l'exemple des équipes de football. Équipe A l'emportait sur équipe B, équipe B l'emportait sur l'équipe C, mais au dernier jeu l'équipe A soudainement ne joue pas mieux que l'équipe C, mais au contraire, l'équipe C l'emporte sur l'équipe A.

Nix: C'est parce que l'ensemble de l'équipe avait été changé ou bien les conditions en général avaient changées. Bien sûr.

Nux: À ce propos aussi il y a un mot de la bible: „Les premiers seront les derniers.“

Nox: Oui, c'est ça. C'est justement, parce que les conditions changent constamment. C'est une loi générale de la vie.

haben verschiedene Gewichte, aber trotzdem kann man nicht davon ausgehen, dass wir hier unsere Logik einsetzen können.

Nix: Wieso ? Unsere Logik ist doch ein ganz großartiges Denk-Instrument !

Nux: Ja. Ja, aber nur dann, wenn auch die Voraussetzungen erfüllt sind, unter denen sie gilt.

Nix: Das versteh ich nicht ganz. Logik gilt doch immer !

Nox: Eben hatten wir doch das Beispiel der Fußball-Mannschaften. Mannschaft A spielt besser als Mannschaft B, die siegt über die Mannschaft C, aber beim letzten Spiel ist auf einmal Mannschaft A nicht besser als die Mannschaft C, sondern die Mannschaft C siegt über die Mannschaft A.

Nix: Weil die Zusammensetzung der Mannschaft geändert wurde oder allgemein die Bedingungen. - Logisch.

Nux: Dazu gibt es auch einen Spruch aus der Bibel: „Die ersten werden die letzten sein.“

Nox: Ja. Ja, eben weil sich die Bedingungen ständig ändern. Das ist ein allgemeines Gesetz des Lebens.

Nux: Il en suit que notre logique n'est valable que sous des conditions invariables. Dans un temps défini, - et bien défini aussi dans un espace clos d'évènements et de conditions.

## 5. L'espace clos des évènements

Nix: Donc par exemple au jeu des dés. Il y a un dé, une table, sur laquelle on jette les dés, et ceux, qui jouent aux dés, obéissent aux règles. C'est à dire, ils jettent le dé et ne cherchent pas à tourner le dé sur le nombre, qui leur convient, pour après mettre le dé avec ce nombre en haut sur la table. Ce serait aussi possible, mais ne correspondrait pas aux règles, qui valent pour le jeu aux dés. C'est ainsi que nous avons un espace d'évènements clos pour les résultats de chaque coup du jeu.

Nix prend un dé, et il le tourne de manière à ce qu'il peut le mettre sur la table avec les six yeux en haut.

Nox (furioso): C'n'est pas un jeu de dé alors !

Nux: L'espace des événements pour les résultats particuliers des lancements de dés est donc défini par les conditions, les règles et les résultats possibles

Nux: Daus folgt, dass unsere Logik nur unter gleichbleibenden Bedingungen gilt. Zu einem wohl definierten Zeitpunkt und in einem definierten abgeschlossenen Ereignis- und Bedingungsraum.

## 5. Der abgeschlossene Ereignisraum

Nix: Also zum Beispiel beim Würfeln. Es gibt da einen Würfel, einen Tisch, auf dem gewürfelt wird, und diejenigen, die würfeln, halten sich an die Regeln. Das heißt, sie würfeln und drehen nicht den Würfel auf die Zahl, die sie möchten, um den Würfel dann mit dieser Zahl nach oben auf den Tisch zu legen. Das wäre ja auch möglich, entspräche aber nicht den Regeln, die beim Würfeln gelten. Somit haben wir hier einen abgeschlossenen Ereignisraum für die Ergebnisse der einzelnen Würfe.

Nix nimmt einen Würfel, dreht ihn so, dass er mit der Sechs nach oben auf dem Tisch liegt.

Nox (furioso): Das ist jetzt kein Würfeln !

Nux: Der Ereignisraum für die einzelnen Ergebnisse der Würfe wird also definiert durch die Bedingungen, die Regeln und die möglichen Ergebnisse des jeweiligen Wurfs. Sechs Ergebnisse

respectivement. Il y a six résultats possibles. Dans cet aspect cet espace d'événements est clos.

Nox: Tandis que notre vie est ouverte. De nouveaux événements s'y ajoutent. Là, ou jadis il y avait terre ferme, maintenant, il y a une mer. Celui, qui dans sa jeunesse était bien en forme, maintenant il est vieux et ne peut plus comme auparavant. À part de cela on n'est pas toujours sûr de pouvoir prendre tous les événements possibles en considération.

Nix: Voilà le joueur de football, qui a fait avancer son équipe, il pourrait être remplacé par un autre joueur ou souffrir d'un claquage tendineux. Et des choses pareilles.

Nux: Alors, la logique, ça nous aide dans des conditions constantes. Même le meilleur joueur aux échecs est impuissant, quand on lui renverse son échiquier.

Nix: Un exemple crasse !

Nox: Ou bien les élèves d'une classe. Un élève, qui toujours était le dernier, soudainement il brille dans une certaine matière. Ça le fait revivre, et le comportement entier bascule. Pas seulement chez lui, mais aussi chez ses camarades de classe.

Nix: Et possiblement aussi chez les parents.



sind möglich. Unter dem Gesichtspunkt ist dieser Ereignisraum abgeschlossen.

Nox: Während unser Leben ja offen ist. Neue Ereignisse kommen hinzu. Da, wo vorzeiten Land war, ist nun ein Meer. Derjenige, der in seiner Jugend fit war, ist nun alt und kann nicht mehr so wie früher. Außerdem sind wir nicht immer sicher, ob wir alle möglichen Ereignisse in unseren Betrachtungen mit berücksichtigen können.

Nix: So könnte der Fußballspieler, der seine Mannschaft nach vorne gebracht hat, durch einen anderen ersetzt werden oder seine Sehne zerren. Und dergleichen mehr.

Nux: Also, Logik hilft uns bei gleichbleibenden Bedingungen. Auch der beste Schachspieler ist machtlos, wenn sein Schachbrett umgestoßen wird.

Nix: Ein krasses Beispiel !

Nox: Oder die Schüler einer Klasse. Einer, der immer der letzte war, glänzt auf einmal in einer bestimmten Sache. Er lebt auf, und das gesamte Verhalten kippt. Nicht nur bei ihm, sondern auch bei den Mitschülern.

Nix: Und bei den Eltern womöglich auch.

## 6. L'exemple des notes scolaires

Nox: Là, il y a d'ailleurs quelque chose, que je n'ai jamais vraiment compris et qui en quelque sorte a aussi à faire avec la logique: Le père d'un élève voudrais bien que son fils lui remporterait la note *deux* en mathématique dans son carnet scolaire.

Nix: Pourquoi pas un *un* ?

Nux: Non. *Deux*, parce que un un ça serait trop exigeant et en plus ça sent toujours l'arrivisme. Le père n'en voudrait pas tellement.

Nox rit

Nix: Bien alors. Le père du garçon voudrait bien qu'il remporte un *deux* en mathématique dans son carnet scolaire à la maison. Ok. Mais un *trois* ça irait aussi bien à la limite. Est-ce correcte ?

Nux: Oui. Oui, bien sûr. Le père ne va pas ni non plus battre son garçon, quand il remporte un *un* ou bien un *trois*. Lors d'un *quatre* il sera plutôt moins enthousiasmé et lors d'un *cinq* - bouah – n'en parlons plus !

- pause -

Nox: Alors, il faut que j'explique mieux, ce que je pense:

## 6. Das Schulnotenbeispiel

Nox: Da ist im übrigen etwas, das ich nie richtig verstanden habe und das irgendwie auch mit Logik zu tun hat: Der Vater von einem Schüler hätte gerne, dass der in Mathematik die Note *zwei* auf dem Zeugnis nach Hause bringt.

Nix: Wieso nicht *eins* ?

Nux: Nein. *Zwei* , weil eine *Eins* zu anspruchsvoll wäre und immer nach Strebertum riecht. Das mag der Vater nicht so gerne.

Nox lacht

Nix: Also gut, der Vater des Jungen hätte gerne, dass er eine *Zwei* in Mathe auf dem Zeugnis nach Hause bringt. Ok. Aber eine *Drei* ginge doch auch noch. Ist das richtig ?

Nux: Ja. Ja, natürlich. Der Vater wird auch den Jungen nicht verhauen, wenn es eine *Eins* ist oder eine *Drei* . Bei einer *Vier* wird er wohl weniger begeistert sein, und bei einer *Fünf* - na lassen wir das !

- Pause -

Nox: Nun, ich muss besser erklären, was ich meine:

Le père, il ne regarde pas seulement la note en mathématique, mais aussi il met un oeil sur la note en anglais. Moi, vraiment, j'y ai des difficultés avec cet exemple des notes scolaires.

Nox secoue sa tête tout en baissant les yeux

Nox: L'élève veut bien simplement montrer, combien il considère probable, que son père soit content avec une certaine de ses notes possibles en anglais respectivement.

Nux: Et cela, après qu'il a démontré, combien il pense que son père soit content avec une certaine des ses notes possibles en mathématique.

Présumablement, les représentations seront plus ou moins identiques.

Nix: Bien alors. Le père du garçon aimerait bien que en anglais aussi il remporterait un *deux*, parce qu'il n'aime pas les arrivistes. Ok. Et un *trois* ça irait quand même aussi, ainsi que un *un* ou un *quatre*. Bon jusque là. Ou est le problème ?

Der Vater schaut nicht nur auf die Mathematiknote, sondern auch auf die Englischnote. Ich habe bei diesem Beispiel der Schulnoten echt Schwierigkeiten.

Nox schüttelt den Kopf bei gesenktem Blick

Nox: Der Schüler will ja einfach nur zeigen, wie sehr er meint, dass sein Vater mit jeweils einer bestimmten seiner möglichen Englischnoten zufrieden ist.

Nux: Und das, nachdem er dargestellt hat, für wie wahrscheinlich er es hält, dass sein Vater mit jeweils einer bestimmten seiner möglichen Mathematiknoten zufrieden ist. Vermutlich sehen diese Darstellungen gleich aus.

Nix: Also gut. Der Vater des Jungen hätte gerne, dass er auch in Englisch eine *Zwei* auf dem Zeugnis nach Hause bringt, weil er keinen Streber mag. Ok. Und eine *Drei* ginge doch auch noch, auch eine *Eins* oder eine *Vier*. So weit so gut. Wo ist das Problem ?

Nox: Oui, mais quand le garçon essaye de retracer combien il considère probable, que son père soit content avec une certaine moyenne des notes en anglais et en mathématique, alors je ne comprends pas les résultats du calcul de probabilité.

Nux: À l'origine on appliquait le calcul de probabilité au jeu aux dés ou généralement au jeu au hasard.

Nix: Il a été même développé suivant les réflexions sur les jeux au hasard.

Nox: Tu penses, que les hommes ont inventé le calcul de probabilité pour réussir mieux dans les jeux au hasard ?

Nux: Oui, exactement. Le jeu au hasard a poussé les gens à réfléchir sur les événements aléatoires.

Nox: Mais, quant aux notes scolaires, c'est différent en quelque sorte. L'élève veut dépendre combien son père accepte ses notes en mathématique. Et de même, combien il les trouverait bonnes, ses notes en anglais respectivement. Et finalement aussi, combien lui plairait une certaine moyenne des notes.

Nox: Ja, aber wenn der Junge jetzt aufzeichnet, für wie wahrscheinlich er es hält, dass sein Vater mit einem bestimmten Notenschnitt in Englisch und in Mathematik zufrieden ist, dann verstehe ich die Ergebnisse aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht.

Nux: Ursprünglich wurde die Wahrscheinlichkeitsrechnung ja auf das Würfeln oder allgemein auf Glücksspiele angewendet.

Nix: Sie ist sogar aus den Überlegungen zu Glücksspielen heraus entwickelt worden !

Nox: Du meinst, die Menschen haben die Wahrscheinlichkeitsrechnung erfunden, um bessere Ergebnisse bei Glücksspielen zu haben ?

Nux: Ja, genau. Das Glücksspiel hat die Leute dazu gebracht, über Zufallsereignisse nachzudenken.

Nox: Aber bei den Schulnoten ist das irgendwie anders. Der Schüler will darstellen, wie sehr sein Vater die jeweiligen Mathematiknoten akzeptiert. Und ebenso, wie gut er jeweils seine Englischnoten findet. Und letztlich auch, wie sehr ihm ein bestimmter Notendurchschnitt gefallen würde.

Nix: Pourvu que le père puisse voir dans les notes en anglais et en mathématique une échelle représentative de la performance scolaire de son fils.

Nox: On pourrait combiner la note en anglais et la note en mathématique dans une seule présentation pour mesurer la qualité des résultats scolaires.

Nix: Alors, j'y vois deux choses possibles.

Nux: Clair comme tout: Ou la première ou la deuxième !

- on rit -

Nox: On pourrait développer cette combinaison dans le sens de former une moyenne. Ou bien, quand on dénomme des probabilités, on pourrait réaliser cette combinaison par la convolution et par la somme des variables aléatoires selon les règles du calcul de probabilité. Mais c'est justement là, où j'ai des difficultés à bien comprendre.

- pause -



Nix: Vorausgesetzt, der Vater sieht in den Englisch- und den Mathematiknoten seines Sohnes einen repräsentativen Maßstab für die Leistungen seines Sohnes.

Nox: Ein gutes Zeugnis könnte durch eine Kombination von Englisch- und Mathematiknote in einer einzigen Darstellung gemessen werden.

Nix: Jetzt gibt es meiner Ansicht nach zwei Möglichkeiten.

Nux: Glasklar: Die erste und die zweite !

- Lachen -

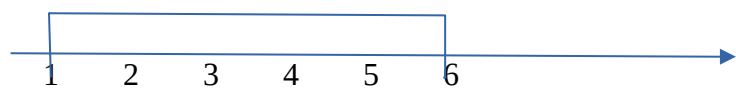
Nox: Man könnte im Sinne einer Schnittbildung diese Verknüpfung ausführen. Oder wenn man Wahrscheinlichkeiten angibt, könnte man diese Verknüpfung durch die Faltung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen als Summe der Zufallsvariablen nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung verwirklichen. Aber genau da habe ich Verständnisschwierigkeiten.

- Pause -

## 7. Combien est-ce probable, que le père soit content avec la note en mathématique de son fils

Nix: Alors, on commence par retracer, combien le garçon considère probable, que son père soit content avec une certaine note en mathématique.

Nox: Ah, non, non,non ! Bien plus simple ! On comprends mieux mon problème, quand on suppose simplement, que le père soit totalement indifférent aux notes, que son fils remporte à la maison. Pour les notes en mathématique et en anglais ce sera pareil, et en effet représenté par une répartition constante, donc ainsi:



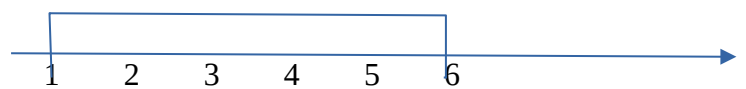
notes scolaires 1 à 6

Ça lui est égale au père aussi évidemment, quelle moyenne aura son fils dans ses notes. Le résultat devrait donc avoir le même aspect. Mais quand on applique les règles du calcul de probabilité, pour exprimer combien le père soit content avec la moyenne des notes en anglais et en mathématique de son fils, alors il en résulte le graphique suivant:

## 7. Wie wahrscheinlich ist es, dass der Vater mit der Mathenote seines Sohnes zufrieden ist

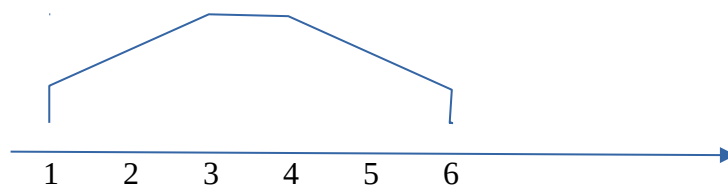
Nix: Dann zeichnen wir zuerst einmal auf, für wie wahrscheinlich der Junge es hält, dass sein Vater mit einer bestimmtem Mathenote zufrieden ist.

Nox: Ah, nein, nein, nein ! Sehr viel einfacher ! Man versteht mein Problem besser, wenn wir einfach davon ausgehen, dass es dem Vater total gleichgültig ist, welche Noten sein Sohn nach Haus bringt. Das sieht dann für Mathe und für Englisch gleich aus und zwar dargestellt durch eine Gleichverteilung, also so:



Schulnoten 1 bis 6

Dem Vater ist es dann natürlich auch gleichgültig, welchen Notenschnitt sein Sohn hat. Das Ergebnis müsste demnach genauso aussehen. Wenn ich aber jetzt die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung anwende, um auszudrücken, wie wahrscheinlich der Vater mit dem Notenschnitt für Englisch und Mathe zufrieden ist, dann ergibt sich folgende Darstellung:

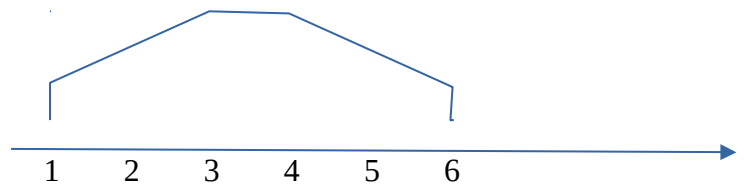


Moyenne des notes en math et en anglais de 1 à 6

Nix: Oui, je comprends, ce que tu veux dire. Le système des valeurs du père ne peut être représenté correctement par la théorie des probabilités.

Nox: Bien que, comme dans le cas du dé, ici on a à faire avec six événements possibles, et bien que l'on peut exprimer, avec quelle probabilité le père soit content avec les notes scolaires de son fils, les réflexions plus poussées avec les moyens du calcul de probabilité donnent des résultats bizarres – déjà dès qu'on regarde la moyenne des notes. Comment s'y prendre ?

Nix: Lorsqu'on jette les dés, les résultats du calcul de probabilité sont compréhensibles. Après avoir jeté les dés deux fois, on constate par la combinatoire, que le nombre moyen d'yeux roulés n'est plus uniformément réparti.



Notenschnitt Mathe und Englisch 1 bis 6

Nix: Ja, ich verstehe, was Du meinst. Die Wertvorstellungen des Vaters können durch die Wahrscheinlichkeitstheorie nicht richtig abgebildet werden.

Nox: Obwohl es, wie beim Würfel, hier sechs mögliche Ereignisse gibt, und obwohl man ausdrücken kann, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Vater mit den Noten seines Sohnes zufrieden ist, führen weitergehende Überlegungen schon bei der Betrachtung des Notenschnitts zu seltsamen Ergebnissen. Wie soll man damit umgehen ?

Nix: Beim Würfeln sind die Ergebnisse nachvollziehbar. Bei zwei Würfeln kann man mithilfe der Kombinatorik feststellen, dass die mittlere gewürfelte Augenzahl nicht mehr gleichverteilt ist.

Nox: Mais d'autre part, si le père est indifférent aux notes de son fils en anglais et en mathématiques, alors, il devrait être indifférent également à la moyenne de ces notes.

Nux: À moins qu'il ne voie une dépendance entre ses propres indifférences.

Nix: Tu penses, quand la note en mathématique lui est égale, alors la note en anglais devrait rester dans un certain ordre de grandeur.

Nox: Arrêtez donc! - On doit tenir les réflexions simples quand même. Il y a des probabilités conditionnelles et des calculs correspondants. Mais ici on aura besoin tout simplement d'une autre idée. D'un autre point de départ. Il faut reprendre au plus simple des réflexions de base.

Nux: Comme le nourrisson, tu veux dire ?

Nox: Oui, à peu près comme ça.

Nix: Là, j'y connais un autre point de départ. Un calcul pour maîtriser les incertitudes et les inexactitudes.

Nox: Aber andererseits, wenn dem Vater die Noten seines Sohnes in Englisch und in Mathe gleichgültig sind, dann müsste ihm ja auch der Notenschnitt gleichgültig sein.

Nux: Sofern er nicht eine Abhängigkeit zwischen seinen eigenen Gleichgültigkeiten sieht.

Nix: Du meinst, wenn ihm die Note in Mathematik auch egal ist, dann muss die Englischnote in einem bestimmten Bereich bleiben.

Nox: Hallo! - Wir müssen unsere Überlegungen aber einfach halten. Es gibt bedingte Wahrscheinlichkeiten und dazu auch Berechnungen. Aber hier brauchen wir einfach einen anderen Gedanken. Einen anderen Ansatz. Wir müssen auf allereinfachste Grundüberlegungen zurückgreifen.

Nux: Wie der Säugling, meinst Du ?

Nox: Ja, so ähnlich.

Nix: Ich kenne da einen anderen Ansatz, einen Calcul zur Erfassung von Unsicherheiten und Ungenauigkeiten.

Nux: D'autre part la méthode axiomatique nous donne beaucoup d'avantages dans le calcul des probabilités lors du procédé quant au regard sur les interdépendances même compliquées. L'application se pratique dans des questions d'assurances et de statistiques.

Nix: Qu'est-ce que c'est la méthode axiomatique ?

## 8. Axiomatique

Nox: On appelle *axiome* une condition essentielle préalable ou une présupposition, qui doit être remplie, pour qu'on puisse fonder d'autres idées et constructions de pensées sur elle. J'ai essayé de suivre ce raisonnement.

Pour la théorie du calcul de probabilité c'était Kolmogorov, qui a postulé deux axiomes:

- I. la probabilité d'un évènement est non-négative et
- II. la somme des probabilités de tous les évènements dans un espace d'évènement est l'unité. C'est un.



Nux: Andererseits bringt uns die axiomatische Methode in der Wahrscheinlichkeitsrechnung große Vorteile im Vorgehen bei der Betrachtung auch komplizierter Zusammenhänge. In Versicherungsfragen und Statistiken wird dies praktisch angewendet.

Nix: Was ist die axiomatische Methode ?

## 8. Axiomatik

Nox: Mit *Axiom* bezeichnet man eine wesentliche Vorabbedingung oder Grundvoraussetzung, die erfüllt sein muss, damit weitere Ideen und Gedankenkonstruktionen darauf gegründet werden können. Ich habe versucht, darüber nachzudenken.

Für die Wahrscheinlichkeitstheorie hat Kolmogorov zwei Axiome aufgestellt:

I. die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist nicht negativ

und

II. die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Ereignisse im Ereignisraum ist die Einheit. Eins.

Nix: Donc la probabilité d'un évènement sûr est un, et la probabilité de tous les évènements possibles et différents dans l'espace des évènements considéré est entre zéro et un.

Nux: La base de cette axiomatique se trouve dans la théorie des ensembles et dans la logique classique.

Nix: Y a-t-il aussi une logique non-classique ?

Nux: Oui en effet, oui, elle existe.

- petite pause -

Il y a un Monsieur Zadeh, qui a fondé une logique floue, la *FUZZY LOGIC*.

Nox: Un concept tout à fait intéressant, qui nous remet à nouveau sur nos réflexions initiales.

Nix: Réflexions sur le fait de voir plus ou moins rouge ou un jaune fort obscur quant au feu rouge ?

- ils rient -

Nix: Somit ist die Wahrscheinlichkeit des sicheren Ereignisses Eins und die Wahrscheinlichkeit aller möglichen verschiedenen Ereignisse im betrachteten Ereignisraum liegt zwischen Null und Eins.

Nux: Der Hintergrund dieser Axiomatik liegt in der Mengenlehre und in der klassischen Logik.

Nix: Gibt es auch eine nicht-klassische Logik ?

Nux: In der Tat, ja, die gibt es. - kurze Pause -  
Von einem Herrn Zadeh wurde eine unscharfe Logik eine *FUZZY LOGIC* begründet.

Nox: Ein ganz interessanter Ansatz, der uns auch wieder auf unsere Anfangsüberlegungen zurückführt.

Nix: Darüber, ob man mehr oder weniger rot sieht oder stark dunkelgelb an der Ampel ?

- Sie lachen -

Nux: Ce concept dans la logique floue a favorisé le développement d'un supplément complémentaire : du calcul des compatibilités. Peut-être on pourra de cette manière attaquer ton problème des notes scolaires.

Nix: Oui, j'en ai lu, moi aussi. De manière décisive on juge important, que dans le calcul des compatibilités l'espace des évènements n'est pas considéré être clos.

Nox: On ne postule pas alors l'axiome II de Kolmogorov. Ce qui veut dire, que des évènements de nombre arbitraire peuvent être soumis à une appréciation, toujours de nouveaux évènements y peuvent être ajoutés et d'autres en peuvent être soustraits. Bien entendu, que la valorisation des évènements reste entre zéro et un. On n'en dit rien de la somme des valeurs des appréciations.

Nix: Ce qui veut dire que la condition de la non-négativité est accomplie et les appréciations se trouvent normalisées sur l'unité, sur un. Mais non pas comme dans la théorie des probabilités, où on normalise dans un espace clos d'évènements la somme des probabilités sur un.

Nux: Dieser Ansatz in der fuzzy logic hat auch zu einer weiteren Entwicklung beigetragen: Der Verträglichkeitsrechnung. Vielleicht können wir damit Deinem Schulnotenproblem zu Leibe rücken.

Nix: Ja, davon habe ich auch gelesen. Entscheidend ist, dass der Ereignisraum in der Verträglichkeitsrechnung nicht als abgeschlossen betrachtet wird.

Nox: Somit wird das Axiom II von Kolmogorov nicht vorausgesetzt. Das heißt, beliebig viele Ereignisse können eingeschätzt werden, es können auch immer neue dazu kommen und andere wegfallen. Wohl aber bleibt die Bewertung dieser Ereignisse zwischen Null und Eins. Über die Summe der Bewertungen wird nichts gesagt.

Nix: Das heißt, die Nicht-Negativität ist erfüllt, und die Bewertungen sind auf Eins normiert. Aber es wird nicht wie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung im abgeschlossenen Ereignisraum die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten auf Eins normiert.

Nox: Comme axiome nous postulons alors :

La fonction de compatibilité prends des valeurs entre zéro et un – mais *un* doit être pris au moins une fois.

Nux: Rien d'autre ? C'est très peu. Ce sont des présuppositions minimales. À vrai dire !

Nix: Et pourquoi entre zéro et un ? Est-ce qu'on ne pourrait pas apprécier autrement ?

Nux: À quoi bon être entre zéro et un ? À moi ni non plus, ça ne m'illumine pas vraiment ?

Nox: Tu peux te servir d'autres échelles, par exemple entre zéro et cent ou mille, mais ça ne change rien au fait d'attribuer une valeur respectivement à chaque réalisation d'une variable. Tu peux même utiliser des échelles logarithmiques ou librement inventées. Cela est sans importance.

Nix: Alors tu considères important seulement, que la domaine des valeurs attribuées soit bien définie.

Nox: Et que la valeur *un* soit attribuée au moins une fois.

Nix: On peut alors se servir de toutes les échelles, aussi différentes, qu'elles soient, c'est bien possible, mais on peut aussi les retransformer toutes sur la domaine entre zéro et un.

Nox: Als einziges Axiom stellen wir also auf:

Die Bewertungen liegen zwischen Null und Eins, wobei *Eins* mindestens einmal angenommen wird !

Nux: Sonst nichts ? Das ist sehr wenig. Das sind ja Minimalvoraussetzungen !

Nix: Und wieso zwischen Null und Eins ? Kann man nicht auch anders werten ?

Nux: Wieso zwischen Null und Eins ? Das leuchtet auch mir nicht ein.

Nox: Du kannst auch andere Maßstäbe nehmen, z.B. zwischen Null und Hundert, das ändert aber nichts an der Tatsache, dass jeder Ausprägung einer Variablen jeweils ein Wert zugeordnet wird. Du kannst auch logarithmische oder frei erfundene Skalen verwenden. Das ist ohne Bedeutung.

Nix: Du meinst, wichtig ist lediglich, dass der Bereich der möglichen Bewertungen wohl definiert ist.

Nox: Und dass der Wert *Eins* mindestens einmal auch angenommen wird.

Nix: Man kann also die verschiedensten Skalen verwenden, das ist alles möglich, aber man kann sie dann auch alle wieder auf den Bereich zwischen Null und Eins transformieren.

Nox: Oui, car ça donne tout simplement des avantages pour les réflexions et même pour les calculs – au moins je le pense.

Nux: D'où l'axiome : Les valeurs attribuées à une variable doivent être entre zéro et un, et *un* doit être pris au moins une fois.

Nix: Maintenant, il s'agit de rendre clair, comment on peut présenter sûrement et procéder un comportement d'estimation concluant et consistant en soi. Par évidence, on n'y arrive pas avec les règles du calcul de probabilité, pas au moins dans cet exemple des notes scolaires !

Nux: Et c'est simplement, parceque les axiomes de la théorie du calcul de probabilité ne peuvent pas être appliquées sur l'exemple des notes scolaires.

Nix: Exactement. Des choses comme ça, il y en avait toujours. Par exemple, les règles de la soustraction. Dix moineaux sont perchés sur une branche. Le chasseur tire et il en tu un. Celui tombe. Combien de moineaux restent-t-ils sur la branche ?



Nox: Ja, denn das hat einfach Vorteile beim Nachdenken oder sogar beim Rechnen – das meine ich wenigstens.

Nux: Daher das Axiom: Bewertungen zwischen Null und Eins, wobei *Eins* die maximal mögliche Bewertung ist, die wenigstens einmal auch angenommen werden muss.

Nix: Jetzt geht es also darum zu klären, wie man ein in sich schlüssiges, ein konsistentes Bewertungsverhalten sicher darstellen und verarbeiten kann. Offenbar geht das mit den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht, zumindest nicht in diesem Schulnotenbeispiel !

Nux: Und zwar einfach deshalb, weil die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht auf das Schulnotenbeispiel anwendbar sind !

Nix: Genau deshalb. So etwas gab es schon immer. Zum Beispiel die Regeln der Subtraktion. Zehn Spatzen sitzen auf einem Ast. Der Jäger zielt und schießt einen tot. Der fällt runter. Wie viele Spatzen sitzen noch auf dem Ast ?

Nox: Neuf.

Nux: Non ! Ici on ne peut pas appliquer les règles de la soustraction, parce que les autres neuf moineaux, qui n'ont pas été tués, ne restent pas perchés sur la branche.

Nix: Nous – en tant que êtres humains, nous réfléchissons. Et puis, il y a des moyens de simplifier, ce qui nous aide à réfléchir plus efficacement. Alors, nous appliquons ces simplifications. Comme par exemple la soustraction.

Nox: Sans contrôler, si les conditions de base pour leurs application sont vraiment données.

Nux: Nous y voilà. On ne peut pas appliquer le calcul de probabilité à l'exemple des notes scolaires, parce que l'ensemble des événements possibles quant au contentement du père n'a rien en commun avec les notes scolaires entre 1 et 6, mais plutôt avec sa manière de voir la valeur de ces notes et avec ce qu'il considère être bien.

Nox: Neun.

Nux: Nein ! Hier kann man die Regel der Subtraktion nicht anwenden, weil die anderen neun Spatzen, die nicht tot geschossen wurden, nicht sitzenbleiben.

Nix: Wir - als menschliche Wesen, wir denken nach. Und dann gibt es Vereinfachungen, die uns helfen, effizienter nachzudenken. Dann wenden wir diese vereinfachten Verfahren an. Wie zum Beispiel die Subtraktion.

Nox: Ohne zu prüfen, ob die Grundbedingungen für deren Anwendungen wirklich gegeben sind.

Nux: Da haben wir's. Beim Schulnotenbeispiel kann man die Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht anwenden, weil die Grundgesamtheit bei der Zufriedenheit des Vaters nichts mit den Schulnoten zwischen Eins und Sechs zu tun hat, sondern mit seinen Bewertungen, seinen Ansichten darüber, was gut ist.

Nix: C'est très subjectif. Mais, je me souviens, il y a quelque chose comme des probabilités subjectives.

Nox: Ah, là, je me suis égaré longtemps.

Nix: Comment ça ?

- pause -

Nox: Une probabilité subjective d'un évènement, cela n'est ni plus ni moins que la compatibilité de la réalisation de cet évènement avec mon savoir ou avec mes avis, avec mes valeurs et mes expériences. Est-ce que la réalisation de cet évènement serait compatible avec ce que je trouve bien, avec ce, que j'aspire, avec ce que je trouve véritable ou droit ?

Serait-ce compatible avec mon savoir et ma volonté, avec mes observations et ma manière de penser ?

C'est ça, de quoi il s'agit. Conjointement mon savoir et ma volonté, mes observations et ma manière de penser sont soumis perpétuellement à quelques modifications. Un espace clos de considération n'existe pas. Ici, le monde est ouvert !

Nix: Sehr subjektiv. Aber, ich erinnere mich, es gibt doch so etwas, wie subjektive Wahrscheinlichkeiten.

Nox: Da habe ich mich lange in die Irre führen lassen.

Nix: Wieso ?

- Pause -

Nox: Eine subjektive Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis ist nicht mehr und nicht weniger als die Verträglichkeit des Eintretens dieses Ereignisses mit meinem Wissen oder Dafürhalten, mit meinen Werten und meinen Erfahrungen. Passt das Eintreten dieses Ereignisses zu dem, was ich gut finde, anstrebe, für wahr oder richtig halte ? Ist es verträglich mit meinem Wissen und Wollen, mit meinen Beobachtungen und meinem Denken ? Darum geht es. Dabei ist mein Wissen und Wollen, sind meine Beobachtungen und mein Denken ständig Veränderungen unterworfen. Da ist kein abgeschlossener Betrachtungsraum vorhanden. Die Welt ist hier offen !

Nux: C'est pourquoi tu dois refuser l'axiome II de Kolmogorov en question de l'estimation des notes scolaires par le père du garçon ainsi que pour des situations comparables et semblables.

Nox: Oui, bien sûr. Lorsqu'il s'agit d'estimations, de mise en valeur, de fixation d'objectifs, on ne peut pas prendre comme point de départ un espace d'évènement clos, dans lequel nous pouvons définir des probabilités.

Nix: Et quoi alors ?

Nux: Alors - petite pause - alors, selon mon intuition le maximum de probabilité de la satisfaction du père avec la note en anglais et avec la note en mathématique de son fils devrait être au-dessus de la moyenne *deux* au moins dans notre exemple.

Nox: C'est exactement ce que je pense, moi aussi. Et puis, je commence à réfléchir là-dessus. Enfin je trouve, que en fait le contentement du père a peu en commun avec l'exemple de lancer le dé.

Nix: Tu penses, que ici nous avons d'autres conditions préalables.

Nux: Deshalb musst Du Axiom II von Kolmogorov für die Schulnotenbewertung des Vaters des Jungen ablehnen sowie für vergleichbare und ähnliche Situationen.

Nox: Ja. Sicherlich. Immer wenn es um Einschätzungen, Bewertungen, Zielsetzungen geht, kann man nicht davon ausgehen, dass wir einen abgeschlossenen Ereignisraum haben, innerhalb dessen wir Wahrscheinlichkeiten definieren können.

Nix: Und was dann ?

Nux: Also, - kleine Pause – also, meinem Bauchgefühl nach müßte eigentlich das Maximum für die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Vater mit der Englischnote und mit der Mathematiknote seines Sohnes zufrieden ist, mindestens in unserem Fall auch über dem Notenschnitt *Zwei* liegen.

Nox: Genau das meine ich auch. Und dann fange ich an, darüber nachzudenken. Schließlich finde ich, dass die Zufriedenheit des Vaters eigentlich wenig mit dem Beispiel des Würfels zu tun hat.

Nix: Du meinst, wir haben hier andere Voraussetzungen.

Nux: L'espace du contentement n'est pas clos.

Nox: Ça pourrait en être la raison. Oui. Mais je ne le comprends pas encore réellement.

Nox regarde Nux pendant longtemps.

## **9. Le calcul de compatibilité comme maniement alternatif d'un savoir incertain ou imprécis**

Nux: Lorsqu'on renonce à l'axiome II de Kolmogorov, ça veut dire, quand on n'exige pas, que l'espace des événements envisagé soit clos, alors on pourrait sur cette base définir un autre maniement de l'incertitude ou de l'inexactitude des différentes propositions.

Nox: Une façon différente de calculer que avec les règles du calcul des probabilités ?

Nix: Oui. L'information, qui est mise à la base du calcul de compatibilité, n'est pas dans un nombre précis comme dans les calculs traditionnels, mais plutôt dans une fonction de compatibilité, qui comme nombre flou peut représenter un savoir incertain ou imprécis.



Nux: Der Ereignisraum Zufriedenheit ist nicht abgeschlossen.

Nox: Daran könnte es liegen. Ja. Aber ich verstehe es noch nicht wirklich.

Nox schaut Nux lange an.

## **9. Verträglichkeitsrechnung als alternativer Umgang mit unsicherem oder ungenauem Wissen**

Nux: Wenn man auf Axiom II von Kolmogorov verzichtet, das heißt wenn man nicht fordert, dass der betrachtete Ereignisraum abgeschlossen ist, dann könnte man auf dieser Basis einen anderen Umgang mit der Unsicherheit oder Ungenauigkeit von Aussagen definieren.

Nox: Eine andere Art zu rechnen als mit den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung ?

Nix: Ja. Die Information, die bei Anwendung der Verträglichkeitsrechnung zugrunde gelegt wird, liegt nicht wie in herkömmlichen Rechnungen in einer harten Zahl, sondern in einer Verträglichkeitsfunktion, die als unscharfe Zahl ungenaues oder unsicheres Wissen abzubilden vermag.

Nox: Un nombre flou, un *fuzzy number*.

Nux: Ce n'est alors rien d'autre que un intervalle, aux nombres duquel est donné une estimation, une valeur de compatibilité.

Nix: Exactement. C'est ça ! Tout simple. On regarde maintenant tout d'abord l'intervalle des notes Un à Six.

Nox: Quand nous formons la moyenne entre les notes en anglais et en mathématiques, il en résulte encore l'intervalle des notes de Un à Six.

Nix: Et quand nous partons de la base, que les notes du fils sont indifférent au père, alors dans les deux cas les valeurs au-dessus des notes possibles est d'une répartition uniforme.

Nux: Et après on aura seulement à parvenir à ce que la répartition des valeurs au-dessus de la moyenne des notes soit uniformément répandue.

Nix: Tout simplement.

Nox: Eine unscharfe Zahl – eine *fuzzy number*.

Nux: Das ist aber dann nichts anderes als ein Intervall, dessen einzelne Zahlen eine Bewertung erfahren.

Nix: Genauso ist es. Ganz einfach. Wir betrachten jetzt zunächst das Intervall der Noten Eins bis Sechs.

Nox: Wenn wir dann zwischen Englisch- und Mathematiknote den Schnitt bilden, ergibt sich wieder das Intervall Eins bis Sechs.

Nix: Und wenn wir davon ausgehen, dass dem Vater die Noten seines Sohnes gleichgültig sind, dann ist die Bewertung in beiden Fällen über den Intervallen der möglichen Noten gleichverteilt.

Nux: Und dann müssen wir nur noch erreichen, dass auch die Bewertungen über dem Notenschnitt gleichverteilt sind.

Nix: Ganz einfach.

Nox: Respectivement nous devrions définir la jonction des estimations sur ces intervalles d'une manière convenable.

Nux: Premièrement on doit alors exprimer dans une fonction de compatibilité, dans quelle mesure une personne dans un certain temps trouve compatible un mesurage avec son savoir sur la réalité, ou bien dans quelle mesure elle estime compatible un effectif prévu avec son savoir téléologique.

Nix: Qu'est-ce que c'est que le savoir téléologique ?

Nox: On peut différencier entre le savoir sur ce qui est et le savoir sur ce qui doit être. On dit aussi, que le dernier est un savoir téléologique ou un savoir sur les buts à viser.

Nux: On peut regarder une fonction de compatibilité alors comme un nombre flou, n'est-ce pas ?

Nox: Beziehungsweise müssen wir die Verknüpfung der Bewertungen über diesen Intervallen passend definieren.

Nux: Im ersten Schritt müssen wir also in einer Verträglichkeitsfunktion ausdrücken, in welchem Maße eine Person zu einer bestimmten Zeit die Ausprägung eines Messwertes für verträglich mit ihrem faktischen Wissen hält, oder in welchem Maße sie die Ausprägung eines Sollwertes für verträglich mit ihrem teleologischen Wissen einschätzt.

Nix: Was ist teleologisches Wissen ?

Nox: Man kann unterscheiden zwischen dem Wissen darüber, was ist, und dem Wissen darüber, was sein soll. Letzteres bezeichnet man auch als teleologisches Wissen oder zielführendes Wissen.

Nux: Dann kann man eine Verträglichkeitsfunktion wie eine unscharfe Zahl ansehen, nicht wahr ?

Nix: Ou bien comme un intervalle, au-dessus duquel on estime les compatibilités pour les différents valeurs de l'intervalle respectivement.

Nux: Alors, dans un deuxième pas, il ne faut plus que définir, comment on peut nouer les fonctions de compatibilité, pour que l'on puisse, autant que cela fasse un sens, calculer avec ces nombres flous comme avec des intervalles ou avec des nombres précis !

Nix: Au moins doit-on pouvoir comparer des fonctions de compatibilité.

Nox: Mais aussi faire des additions, des soustractions, des multiplications, des divisions, des élévations au carré, former le sinus et effectuer d'autres opérations mathématiques.

Nix: Le résultat du calcul devrait toujours être une fonction de compatibilité, dans laquelle se joignent les informations sur les fonctions de compatibilité des grandeurs à nouer.

Nix: Oder als ein Intervall, über dem eine Bewertung der einzelnen Werte des Intervalls liegt.

Nux: Nun muss man in einem zweiten Schritt nur noch definieren, wie die Verträglichkeitsfunktionen verknüpft werden können, so dass man, sofern dies sinnvoll ist, mit diesen weichen Zahlen genauso rechnen kann wie mit Intervallen und wie mit harten Zahlen!

Nix: Mindestens aber muss man Verträglichkeitsfunktionen miteinander vergleichen können.

Nox: Aber auch addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren, quadrieren, den Sinus bilden und andere mathematische Operationen durchführen.

Nix: Das Rechenergebnis müsste immer wieder eine Verträglichkeitsfunktion sein, in die die Information über die Verträglichkeitsfunktionen der Eingabegrößen einfließt.

Nux: D'une manière convenable ! Non pas comme dans le calcul de probabilité !

Nox: Si jamais on y arrivait à ça ? C'est super, comme cela flatte l'oreille. On aurait un corps algébrique ! Wow !

Nux: Lorsqu'on utilise le mot *compatible* dans un sens plus étroit comme *compatible avec le savoir réel d'une personne* n'est-ce pas équivalent au mot *probable* dans la langue courante ?

Nix: Oui, c'est vrai. Un mesurage est plus ou moins compatible avec le (pré-)savoir ou avec les constatations d'une personne et lui semble à cette personne plus ou moins vrai, ce qui veut dire, que de son point de vue à elle, c'est plus ou moins probablement vrai. Là, j'y suis d'accord !

Nox: Mais la notion de *probabilité* à été bien chargée d'une discussion de trois centaines au sujet de sa précision adéquate. C'est pour cela, que je ne voudrais pas le charger encore plus.



Nux: Auf passende Art ! Nicht wie bei Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung !

Nox: Wenn das je geschafft wäre ? Das hört sich super gut an. Da hätten wir ja einen Mengenkörper ! Wow !

Nux: Wenn man das Wort *verträglich* im engeren Sinne als *verträglich mit dem faktischen Wissen einer Person* verwendet, ist es dann nicht gleichbedeutend mit dem umgangssprachlichen Wort *wahrscheinlich* ?

Nix: Ja, das ist richtig. Ein Messwert ist mehr oder weniger verträglich mit dem (Vor-)Wissen oder den Beobachtungen einer Person und scheint dieser Person mehr oder weniger wahr, d.h. ist in ihren Augen mehr oder weniger wahrscheinlich. Da stimme ich zu !

Nox: Aber der Begriff *Wahrscheinlichkeit* ist vorbelastet mit einer nun drei Jahrhunderte währenden Diskussion um seine adäquate Präzisierung. Daher würde ich den nicht noch mehr belasten.

Nix: Bien sûr, que l'on pourrait y recourir, pour décrire ces cas, dans lesquels il ne s'agit pas de la vraisemblance des énoncés sur des faits, mais de la vraisemblance des propositions sur les buts à viser.

Nox: Les efforts, que l'on a fait jusqu'à présent pour préciser la notion de *probabilité* ont mené plutôt à une spécialisation. C'est pour cela, que la théorie de probabilité est devenue de plus en plus compliquée.

Nux: Donc, penses-tu, que un autre effort vers la généralisation du concept de *probabilité* et une charge en plus du mot *probable* ne nous mènerait sans doute qu'à des confusions de notions ?

Nix: Oui, je m'en doute. Et l'objectif du calcul de compatibilité est justement, de représenter des valeurs imprécis ou incertains de faits mesurés et des domaines de buts à viser par des nombres flous et de les conjoindre.

Nix: Natürlich könnte man ihn auch zur Beschreibung jener Fälle heranziehen, in denen es nicht um das Wahr-Scheinen von Aussagen über Tatsachen, sondern um das Wahr-Scheinen von Aussagen über Ziele geht.

Nox: Die bisherigen Bemühungen um eine Präzisierung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs haben eher eine Spezialisierung bedeutet. Daher ist die Wahrscheinlichkeitstheorie immer komplizierter geworden.

Nux: Du meinst also, ein weiterer Versuch zur Verallgemeinerung des Begriffs *Wahrscheinlichkeit* und eine weitere Belastung des Wortes *wahrscheinlich* hätte vermutlich nur Begriffsverwirrungen zur Folge ?

Nix: Ja. Das vermute ich. Und das Ziel der Verträglichkeitsrechnung besteht darin, ungenaue oder unsichere Werte und Wertebereiche von Messgrößen und von Sollgrößen als unscharfe Zahlen darzustellen und miteinander zu verknüpfen.

Nux: Encore mieux : comme fonctions de compatibilité sur des intervalles. C'est ce qu'elles sont finalement, les fonctions de compatibilité. Il y a une connexion tout à fait étroite avec la notion de *vraisemblance*, mais doit être fondé complètement différemment dans axiomatique. C'est pour cela, que ici je choisirais pas la même notion.

Nox: Parmi les variables, qui par exemple font partie des calculs concernant des planifications, et dont la précision n'est pas possible ou donne trop de peine, il y a à différencier les grandeurs de faits à mesurer et des grandeurs de buts à viser.

Nix: Des valeurs et des domaines de valeurs des mesurages font partie du savoir sur les faits, et des valeurs et des domaines des valeurs des grandeurs de buts à viser font partie du savoir téléologique des personnes.

- pause -

Nox: Où alors le savoir téléologique d'une personne comprends des observations et des expériences sur ce qu'elle aura appris être bien ou mal. Cela importe, quand elle considère des actions, des

Nux: Besser noch, als Bewertungsfunktionen über Intervallen. Das sind die Verträglichkeitsfunktionen ja letztlich. Das hängt mit dem *für wahr halten* inhaltlich durchaus eng zusammen, ist aber axiomatisch ganz anders begründbar. Daher würde ich hier nicht den gleichen Begriff wählen.

Nox: Unter den Variablen, die zum Beispiel in ein planungsbezogenes Rechenverfahren einfließen und deren genaue Ermittlung nicht möglich oder zu aufwendig ist, lassen sich doch Messgrößen und Sollgrößen unterscheiden.

Nix: Werte und Wertebereiche von Messgrößen sind Inhalt des faktischen, Werte und Wertebereiche von Sollgrößen sind Inhalt des teleologischen Wissens von Personen.

- Pause -

Nox: Wobei das teleologische Wissen einer Person Beobachtungen und Erfahrungen über das umfasst, was sie als gut und was als schlecht gelernt hat. Es kommt zum Tragen, wenn sie Handlungen,

événements ou des circonstances, et lorsqu'elle définit des buts à viser ou exprime des souhaits.

Nix: Comme dans notre cas le souhait du père, que son fils remportera la note *deux* en mathématique dans son carnet scolaire.

Nux: Si je comprends bien, le savoir d'une personne sur les faits comprends des observations sur ce qui est considéré vrai empiriquement ou bien aurait été appris comme étant vrai empiriquement. Et cela peut mener à tenir plus ou moins vraisemblables certains propositions ou théories de cette personne et à s'attendre plus ou moins à certains événements ou à les estimer plus ou moins probables.

Nox: Oui, c'est juste. Mais à part du savoir sur les faits et du savoir téléologique, il y a d'autres dimensions du savoir humain : Le savoir des méthodes, le savoir, qui se montre par un comportement adéquat envers l'environnement, le savoir logique, qui se montre spécifiquement dans l'ensemble des règles d'induction ou de conclusion de certains énoncés sur d'autres, le savoir heuristique, qui nous permet sans règles primordialement données de trouver bonnes

Ereignisse oder Umstände bewertet, und wenn sie Ziele definiert oder Wünsche formuliert.

Nix: Wie in unserem Fall der Wunsch des Vaters, der Sohn möge eine *Zwei* in Mathematik im Zeugnis haben.

Nux: Wenn ich es richtig verstehe, umfasst das faktische Wissen einer Person Beobachtungen über das, was als empirisch wahr erkannt oder als empirisch wahr gelernt wurde. Und das kann dazu führen, dass bestimmte Aussagen oder Theorien von dieser Person für mehr oder weniger wahr gehalten werden und dazu, dass bestimmte Ereignisse mehr oder weniger erwartet oder für mehr oder weniger wahrscheinlich gehalten werden.

Nox: Ja, das ist richtig. Aber neben faktischem und teleologischem Wissen gibt es ja noch weitere Dimensionen menschlichen Wissens: Das methodische Wissen, das Wissen, welches durch ein der Umwelt gegenüber geeignetes Verhalten dokumentiert wird, das logische Wissen insbesondere als Menge von Regeln zum Schließen von Aussagen auf andere Aussagen, das heuristische Wissen, das es erlaubt, ohne fest vorgegebene

de solutions dans un espace complexe de solutions, puis le savoir tactique ou stratégique et bien d'autres. Ces dimensions du savoir humain toutefois ne sont pas considérées dans le calcul des compatibilités.

Nix: Le calcul de compatibilité peut être appliqué, lorsqu'on veut introduire un savoir multiple des faits ainsi qu'un savoir multiple téléologique de plusieurs personnes visées par une mesure, comme par exemple lors des préparations de planification et de décision.

Nox: Et pour cela on formalise les problèmes de décision, ainsi qu'ils soient effectués dans le calcul, corrigibles et accessibles méthodiquement et mathématiquement.

Nux: Mais même là, on ne doit pas d'autre part oublier de tenir compte d'un savoir large et multiple, parce que cela ne correspondrait pas aux exigences des procédés formalisés existants.

Nix: Oui, ça vaut pour tous les procédés formalisés.



Regeln in einem komplexen Lösungsraum gute Lösungen zu finden, das taktische oder strategische Wissen, und andere. Diese Dimensionen werden in der Verträglichkeitsrechnung jedoch nicht beachtet.

Nix: Die Verträglichkeitsrechnung kann angewendet werden, wenn man ein umfangreiches faktisches Wissen und ein vielfältiges teleologisches Wissen von mehreren betroffenen Personen zum Beispiel in Vorbereitungen von Planung und Entscheidung einbringen will.

Nox: Und hierzu formalisiert man Entscheidungsprobleme, die somit rechnerisch nachvollziehbar, korrigierbar und methodisch-mathematisch zugänglich werden.

Nux: Aber auch dann darf man andererseits ein vorhandenes umfangreiches und vielfältiges Wissen nicht deshalb unberücksichtigt lassen, weil es den Anforderungen der bestehenden formalisierten Verfahren nicht entspricht.

Nix: Ja, das gilt für alle formalisierten Verfahren

Nox: Pareil que l'application de la soustraction lors de l'histoire des moineaux, dont un fût tué. Ici il faut se rendre compte du savoir des circonstances.

Nix: Du savoir, que les autres moineaux s'envolent lors de la détonation.

- pause -

Nux: D'assurer la considération d'un tel savoir dans des procédés purement argumentatifs est bien plus difficile, parce que les moyens de le communiquer, de le retracer et de le corriger ne sont pas donnés dans la même mesure comme dans le cas des procédés formalisés.

Nix: C'est pour cela, et c'est bien aussi le but du calcul des compatibilités, qu'il faut chercher des moyens pour calculer aussi bien avec un savoir flou dans des procédés formalisés.

Nox: Voilà ce que le calcul de compatibilité devrait permettre.

- pause -

Nox: Wie auch für die Subtraktion bei der Geschichte mit den Spatzen, von denen einer totgeschossen wird. Hier muss man auch das Hintergrundwissen einbeziehen.

Nix: Das Wissen, dass die anderen Spatzen bei dem Schuss wegfliegen.

- Pause -

Nux: Die Berücksichtigung eines solchen Wissens in rein argumentativen Verfahren sicherzustellen ist aber deshalb schwieriger, weil Mittelbarkeit, Nachvollziehbarkeit und Korrigierbarkeit nicht in gleichem Maße wie bei formalisierten Verfahren gewährleistet sind.

Nix: Deshalb, und das ist ja wohl auch das Ziel der Verträglichkeitsrechnung, muß nach Möglichkeiten gesucht werden, auch mit unscharfem Wissen in formalisierten Verfahren rechnen zu können.

Nox: Das sollte die Verträglichkeitsrechnung ermöglichen.

- Pause -

Nix: Revenons donc sur notre exemple des notes scolaires. On pourrait tout simplement mettre les résultats du calcul de probabilité et du calcul de compatibilité les uns à côté des autres.

- pause courte -

Nox: Bon. Allons-y !

Nux: Mais on devrait procéder systématiquement :

D'abord on introduit des notations suivantes :

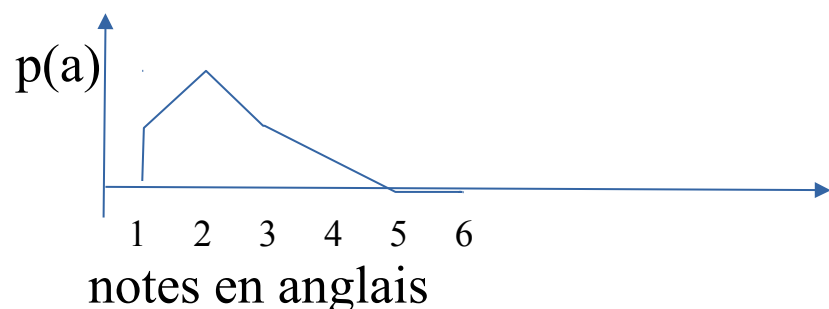
a: réalisation de la note en anglais

b: réalisation de la note en mathématique

c: moyenne des notes, ici ce sera  $c = (a + b)/2$

$p(a)$ ,  $p(b)$ ,  $p(c)$ : probabilité de ce que le père soit content de la note respectivement

Nox en fait un dessin :



Nix: Kommen wir doch noch einmal auf unser Schulnotenbeispiel zurück. Wir könnten doch einfach die Ergebnisse von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Verträglichkeitsrechnung nebeneinander stellen.

- kurze Pause -

Nox: Gut. Machen wir das !

Nux: Aber wir sollten systematisch vorgehen:  
Zuerst führen wir folgende Bezeichnungen ein:

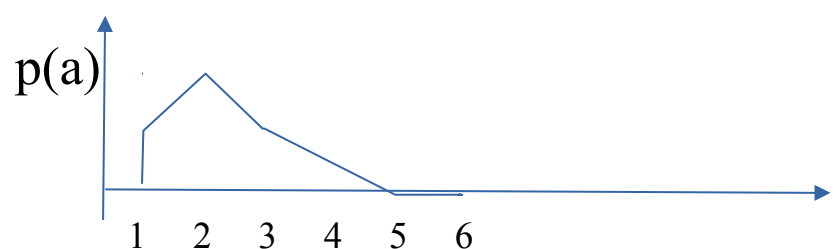
a: Ausprägung der Englischnote

b: Ausprägung der Mathematiknote

c: Notenschnitt, hier  $c = (a + b)/2$

$p(a)$ ,  $p(b)$ ,  $p(c)$ : Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Vater mit der jeweiligen Note zufrieden ist

Nox zeichnet das auf

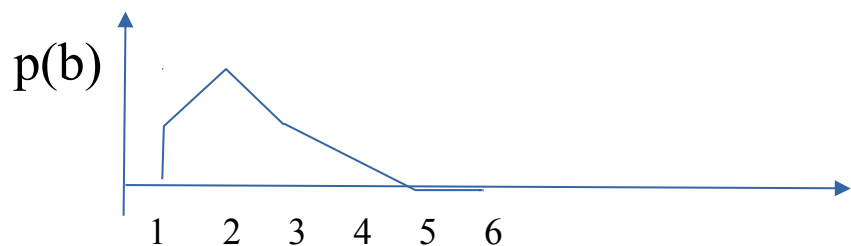


Englischnoten

Nux: Bien. Ceci serait alors la présentation de la probabilité de ce que le père soit content avec la note en anglais de son fils. La somme des probabilités est 1. Cela signifie, que la surface sous le polygone est normalisée sur 1.

Nix: De même pour la note en mathématique.

Nix zeichnet das gleiche auf



les notes en mathématique

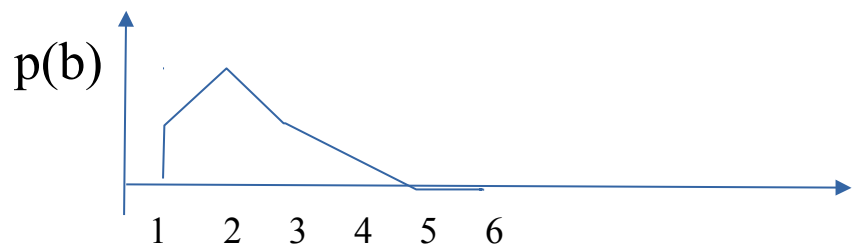
Nux: Alors nous avons ici deux fonctions de probabilité, dont chacune exprime la probabilité du contentement du père avec les notes en mathématique et en anglais de son fils. Où est le problème ?

Nox: Puis, s'il te plaît, dessine-moi pour une fois aussi, combien le fils considère probable, que son père soit content avec les deux notes de son carnet scolaire. Selon les règles du calcul de probabilité ! C'est alors, que tu vas comprendre, pourquoi j'y ai des problèmes.

Nux: Gut. Das wäre jetzt die Darstellung der Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Vater mit der Englischnote seines Sohnes zufrieden ist. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist 1. Das bedeutet, die Fläche, die im Polygon liegt, wird auf 1 normiert.

Nix: Genauso auch für die Mathematiknote:

Nix zeichnet das gleiche auf



Mathematiknoten

Nux: Hier haben wir nun zwei Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, jede drückt aus, wie wahrscheinlich die Zufriedenheit des Vaters mit den jeweiligen Noten des Sohnes in Mathematik und in Englisch ist. Wo liegt da ein Problem ?

Nox: Dann zeichne doch jetzt bitte auch mal auf, für wie wahrscheinlich der Sohn es hält, dass sein Vater mit beiden Zeugnisnoten zufrieden ist. Nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dann wirst Du verstehen, warum ich da Probleme habe.

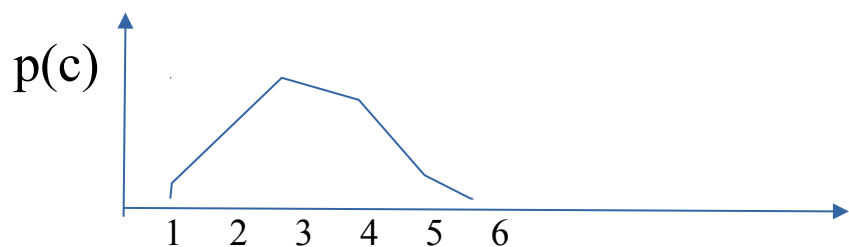
Nux: Pour y arriver, on noue les deux fonctions.

Nix: C'est ce que l'on nomme *convolution*. Nous allons donc convoluer les deux fonctions en calculant la probabilité de ce que le père soit content avec la note de son fils en mathématique et avec sa note en anglais.

Nox: Bien, et comment se présente la fonction, qui en résulte ?

Nux: À peu près comme ça :

Nux dessine la fonction résultante



moyenne des notes en anglais et en mathématique

Nix: Le maximum de la fonction résultante est à peu près vers la note moyenne de *trois*.

Nox: Est- ce que ça donne un sens ?

Nux: Non, ça ne représente certainement pas l'opinion du père quant aux notes, lesquelles son fils devrait remporter à la maison. C'est bien ça, non ?



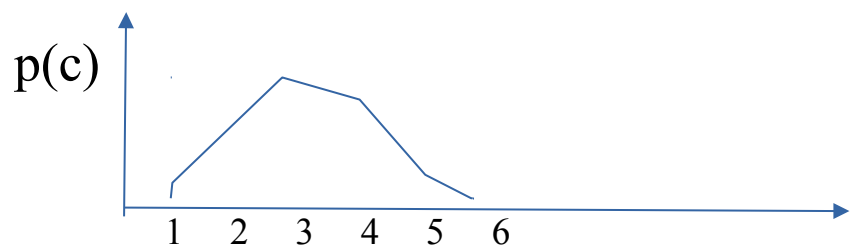
Nux: Dazu verknüpft man die beiden Funktionen.

Nix: Das nennt man Faltung. Wir falten also die beiden Funktionen, indem wir die Wahrscheinlichkeit dafür berechnen, dass der Vater mit der Mathematiknote und der Englischnote seines Sohnes zufrieden ist.

Nox: So, und wie sieht die Ergebnisfunktion aus ?

Nux: Ungefähr so:

Nux zeichnet die Ergebnisfunktion auf



Durchschnitt Mathe-u.Englischnoten

Nix: Die Ergebnisfunktion hat das Maximum ungefähr bei der Durchschnittsnote *Drei*.

Nox: Macht dies Sinn ?

Nux: Nein, das bildet gewiss nicht die Meinung des Vaters darüber ab, welche Noten sein Sohn nach Haus bringen soll, oder - ?

Nix: Pour la raison suivante : La convolution des fonctions de densité de probabilité donne comme tendance la répartition normale de Gauss en forme de cloche.

Nox: Tant qu'il s'agit de fonctions de probabilité, ça donne fort bien un sens. Il y a un rapport avec la loi de grands nombres, n'est-ce pas ?

Nix: Oui. Jusqu'à présent, d'accord. Mais le jugement du père, c'est à dire son contentement avec les notes de son fils, ça ne se montre pas ainsi définitivement.

Nux: Comment en sera donc l'aspect de la même chose dans le calcul de compatibilité ?

Nox: Nous avons les notes scolaires de 1 à 6 et au dessus mise en fonction de ces notes la compatibilité de la note respective avec ce que le père souhaite de son poussin.

Nux: Comment, s'il te plaît, le père devrait-il donc inscrire ses souhaits ?

Nix: *Zéro*, ça ne va pas, ce n'est pas une note scolaire. D'un *un* dans le sens d'un *très bien*, il n'en veut pas, parce qu'il n'aime pas que son fils soit un arriviste. De manière quelconque toutefois, il

Nix: Aus folgendem Grund: Die Verknüpfung von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen ergibt eine Tendenz zur Gauss'schen Normalverteilung in Form einer Glockenkurve.

Nox: Solange es um Wahrscheinlichkeitsfunktionen geht, macht dies sehr wohl Sinn. Es gibt doch da einen Zusammenhang mit dem Gesetz der großen Zahlen, nicht wahr ?

Nix: Ja. So weit so gut. Aber die Bewertung des Vaters, das heißt seine Zufriedenheit mit den Noten seines Sohnes, wird so definitiv nicht abgebildet.

Nux: Wie würde das Gleiche denn in der Verträglichkeitsrechnung aussehen ?

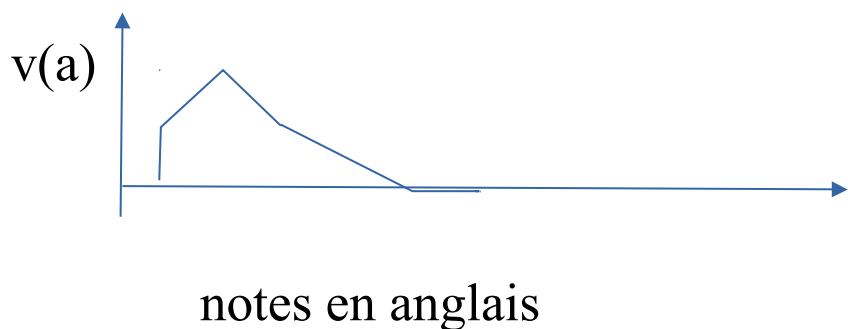
Nox: Wir haben die Schulnoten 1 bis 6 und darüber als Funktion aufgetragen die Verträglichkeit der jeweiligen Schulnote mit dem, was sich der Vater von seinem Sprössling erwünscht.

Nux: Wie, bitte, müsste der Vater denn seine Wünsche eintragen ?

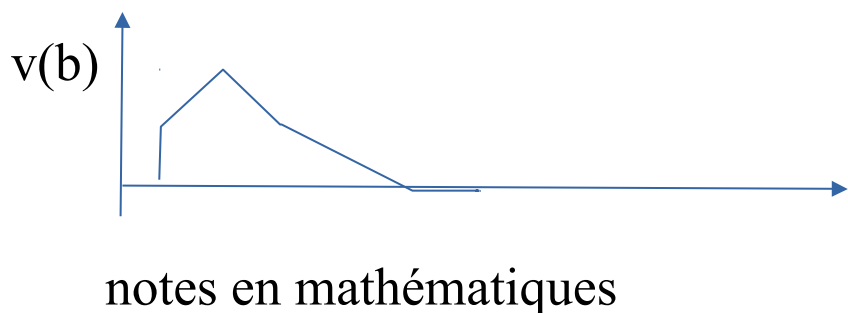
Nix: *Null* geht nicht, das ist keine Schulnote. Eine *Eins* im Sinne von *Sehr gut* will er nicht, weil er keinen Streber als Sohn will. Irgendwie setzt er seine Bewertungen für die einzelnen Schulnoten

exprime son contentement avec des notes différentes entre zéro et un. C'est le domaine, dans lequel il peut attribuer ses valeurs aux notes.

**Nux** maintenant, il dessine une fonction de compatibilité pour les notes en anglais



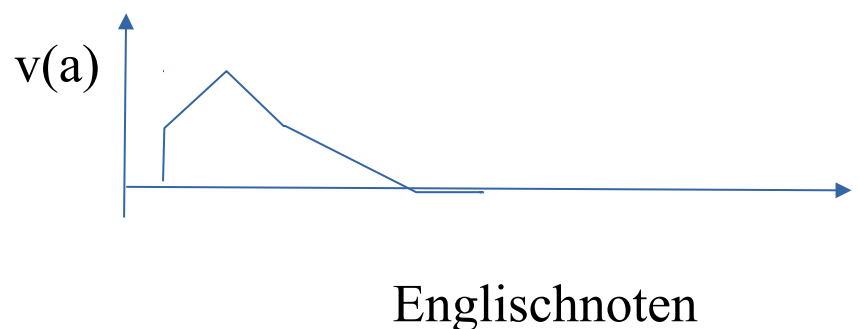
et une fonction de compatibilité pour les notes en mathématiques :



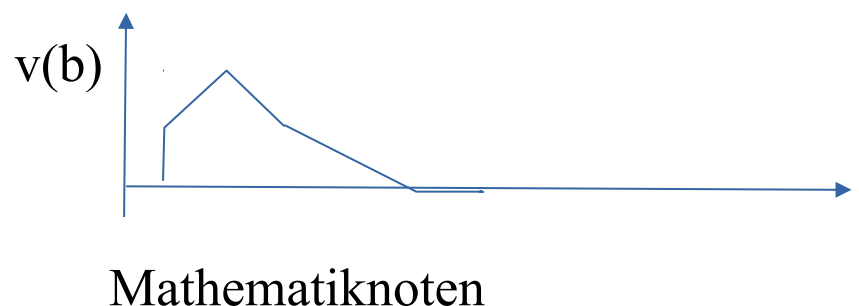
**Nix** : Ici on voit alors, combien les différentes notes possible en mathématiques et combien les différentes notes possibles en anglais sont compatibles avec les idées du père quant aux bonnes performances de son fils.

jedoch zwischen Null und Eins. Das ist der Bereich, in dem er seine Wertungen vornehmen kann.

**Nux** zeichnet jetzt eine Verträglichkeitsfunktion für die Englischnoten



und eine Verträglichkeitsfunktion für die Mathenoten:



**Nix:** Hier sehen wir nun, wie **verträglich** die verschiedenen möglichen Mathematiknoten und die verschiedenen möglichen Englischnoten mit den Vorstellungen des Vaters von guten Leistungen seines Sohnes sind.

## 10. La différence entre le calcul de probabilité et le calcul de compatibilité

Nox: Tout à l'heure, on a regardé une fonction de probabilité et après, en partant des mêmes conditions préalables, on a envisagé une fonction de compatibilité. Où est la différence ?

Nix: Les fonctions présupposées ont le même aspect quand même.

Nox: C'est justement, ce qu'il faut.

Nux: Oui, mais comme ça, ça n'a pas de sens. Il faut avancer ici systématiquement aussi. D'abord on va fixer la notation.

Nox: Oui. Vas-y donc. Pareillement comme tout à l'heure dans le cas du calcul de probabilité !

Nix: Bon. Exactement comme auparavant. D'abord on introduit des notations suivantes :

a: réalisation de la note en anglais

b: réalisation de la note en mathématique

c: moyenne des notes, ici définie par  $c = (a + b)/2$

$v(a)$ ,  $v(b)$ ,  $v(c)$ : compatibilité de la note respective  
avec les idées du père

Nix écrit cela

## 10. Der Unterschied zwischen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Verträglichkeitsrechnung

Nox: Vorhin haben wir also eine Wahrscheinlichkeitsfunktion betrachtet und dann ausgehend von den gleichen Voraussetzungen, eine Verträglichkeitsfunktion. Wo ist der Unterschied ?

Nix: Die Ausgangsfunktionen sehen ja gleich aus.

Nox: Das sollen sie ja auch.

Nux: Ja, aber so hat das keinen Sinn. Wir müssen auch hier systematisch vorgehen. Zuerst legen wir die Bedeutungen fest.

Nox: Ja, dann mach das. Genau wie vorhin bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung !

Nix: Also. Genau wie vorhin. Zuerst führen wir folgende Bezeichnungen ein:

a: Ausprägung der Englischnote

b: Ausprägung der Mathematiknote

c: Notenschnitt, hier  $c = (a + b)/2$

$v(a)$ ,  $v(b)$ ,  $v(c)$ : Verträglichkeit der jeweiligen Note  
mit den Vorstellungen des Vaters

Nix schreibt das auf

Nox:  $v(a)$  est donc la compatibilité  $v$  de la note  $a$  en anglais de l'élève avec les idées ou les souhaits de son père,  $v(b)$  est la compatibilité  $v$  de la note  $b$  de la note en mathématique de l'élève avec les idées ou les souhaits de son père et  $v(c)$ ,  $c$ 'est la compatibilité  $v$  de la moyenne  $c$  de ces notes de l'élève avec les idées ou les souhaits de son père.

Nux: Et comment va-t-on calculer ça ?

Nix: Qu'est-ce que tu propose ?

Nux: Et bien – le père trouvera le mieux, si les notes en anglais aussi bien qu' en mathématique correspondraient totalement à ses idées !

Nox: Alors, cela dépend de la connexion. Si simplement maintenant on procède très formellement, peut être on aura un bon résultat.

Nix: Bon. Comment va-t-on connecter les deux fonctions de compatibilité pour former la moyenne ?

Nox: Dessine alors, combien le fils considère les deux notes scolaires ensembles compatibles avec le contentement de son père respectivement.



Nox:  $v(a)$  ist also die Verträglichkeit  $v$  der Englischnote  $a$  des Schülers mit den Vorstellungen oder Wünschen seines Vaters,  $v(b)$  ist die Verträglichkeit  $v$  der Mathematiknote  $b$  des Schülers mit den Vorstellungen oder Wünschen und  $v(c)$  ist die Verträglichkeit  $v$  des Notenschnitts  $c$  des Schülers mit den Vorstellungen oder Wünschen seines Vaters.

Nux: Und wie berechnen wir das ?

Nix: Was schlägst Du vor ?

Nux: Nun – der Vater wird es am besten finden, wenn die Noten sowohl in Englisch wie auch in Mathematik seinen Vorstellungen total entsprechen !

Nox: Nun, es kommt auf die Verknüpfung an. Wenn wir jetzt einfach sehr formal vorgehen, kommen wir vielleicht zu einem guten Ergebnis.

Gut. Wie verknüpfen wir denn die beiden Verträglichkeitsfunktionen, um den Notenschnitt zu bilden ?

Nox: Dann zeichne doch auf, wie für wie verträglich der Sohn beide Zeugnisnoten zusammen jeweils mit der Zufriedenheit seines Vaters hält.

Nux: Pour cela on noue les deux fonctions de compatibilité. On appellera ça *formation de la moyenne*, comme dans le calcul avec des nombres précis.

Nox: La différence ce trouve alors seulement dans ce que l'on calcule avec la connexion des valeurs des compatibilités sur les intervalles, lesquels on a soumis à une fonction de compatibilité.

Nix: Mais ce n'est pas une fonction de densité de probabilité alors.

Nox: Non, ce n'est pas une fonction de densité de probabilité, mais une fonction de compatibilité, qui nous dit, combien les valeurs de l'intervalle sont compatibles avec le savoir de la personne, laquelle établi cette fonction.

Nix: Visuellement pourtant le cours d'une telle fonction de compatibilité peut avoir le même aspect comme celui d'une fonction de densité de probabilité.

Nux: Oui, la différence essentielle est le fait, que la surface couverte par la fonction de densité de probabilité, c'est l'unité, c'est *un*.

Nix: Ici se montre clairement la relation avec l'ensemble de la population des événements possibles, auquel se réfère l'énoncé de probabilité.

Nux: Hierzu verknüpft man die beiden Verträglichkeitsfunktionen. Das nennt man *Schnittbildung*, genau wie beim Rechnen mit harten Zahlen.

Nox: Der Unterschied liegt dann nur darin, dass man mit der Verknüpfung der Bewertungen über den Intervallen rechnet, über die man eine Verträglichkeitsfunktion gelegt hat.

Nix: Das ist aber dann keine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

Nox : Nein, keine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, sondern eine Verträglichkeitsfunktion, mit der ausgesagt wird, wie sehr die einzelnen Werte mit dem Wissen der Person verträglich sind, die diese Funktion aufstellt.

Nix: Rein optisch kann aber der Verlauf einer solchen Verträglichkeitsfunktion genauso aussehen, wie der einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

Nux: Ja, der wesentliche Unterschied liegt darin, dass bei der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion die Fläche unter deren Verlauf die Einheit, d.h. *Eins* ist.

Nix: Hier wird eben der Bezug zur Grundgesamtheit klar, auf die sich die Wahrscheinlichkeitsaussage bezieht.

Nox: Tandis que dans le calcul de compatibilité on ne présuppose pas un tel ensemble.

Nux: On présuppose seulement, que quelque chose soit dit sur la compatibilité des réalisations possibles des valeurs d'un intervalle avec le savoir d'une personne.

Nox: Où à la valeur ou aux valeurs, qui correspondraient tout entièrement au savoir de la personne appréciant, est attribué la compatibilité *un*.

Nux: Ce sont alors les valeurs dans l'intervalle, auxquelles est attribuée la compatibilité maximale *un* par la personne appréciant.

Nix: Exactement ceci. Pour notre exemple, cela signifie, que quand le père considère la note en anglais  $a=2$  la meilleure et de même la note en mathématique  $b=2$  la meilleure, alors il trouve la moyenne  $c=(a+b)/2$  aussi la meilleure pour  $c=2$ .

Nux: On écrit alors :

$$v(c) = \text{maximum } v(a \text{ et } b) \text{ ou } (a+b)/2 = c$$

Nox: Et comment calculer  $v(a \text{ et } b)$  ?

Concrètement : Comment le père estime-t-il les combinaisons possibles de notes respectivement ?

Nox: Während man in der Verträglichkeitsrechnung keine solche Grundgesamtheit voraussetzt.

Nux: Man setzt lediglich voraus, dass hier über die Verträglichkeit der jeweils möglichen Werte in einem Intervall mit dem Wissen einer Person etwas ausgesagt wird.

Nox: Wobei der Wert oder die Werte, die dem Wissen der bewertenden Person ganz und gar entsprechen würden, mit *Eins* bewertet werden.

Nux: Das sind dann also die Werte im Bewertungsintervall, denen von der bewertenden Person die maximale Verträglichkeit *Eins* zugeordnet wird.

Nix: Genau. Das heißt für unser Beispiel, wenn der Vater die Englischnote  $a=2$  am besten findet und auch die Mathenote  $b=2$ , dann findet er den Notenschnitt  $c=(a+b)/2$  auch am besten für  $c=2$ .

Nux: Wir schreiben dann  
 $v(c) = \text{Maximum } v(\text{a und } b)$  wobei  $(a+b)/2 = c$

Nox: Und wie ermittle ich  $v(\text{a und } b)$  ? Konkret: Wie bewertet der Vater jeweils die möglichen Notenkombinationen ?

Nix: Oui. Là il y a un point pendant. C'est en suspense, comment on peut estimer la valeur de cette compatibilité. Je présume, moi, que, dans le cas de l'indépendance réciproque des appréciations du père de la note en anglais et de la note en mathématique, que pour la compatibilité des deux notes en anglais et en mathématique il vaut :

$$v(\underline{a \text{ et } b}) = v(a)v(b).$$

Nux: Qu'est-ce que ça veut dire ?

Nix: Eh bien – quand il ne met pas dépendante son expectation ou son appréciation de la note en mathématique de la note en anglais, laquelle son fils ramène à la maison, je le trouve adéquat, d'attribuer aux possibles combinaisons des notes le produit des estimations des notes partielles en anglais et en mathématique respectivement.

Nox: Tu penses, que la formation du produit des estimations particulières exprimerait adéquatement le comportement d'estimation, le jugement du père ?

- petite pause -

Tu as raison, la fonction de compatibilité, qui a été calculée pour  $c=(a+b)/2$  avec l'ordre d'agrégation  $v(c) = \max v(\underline{a \text{ et } b})$  où  $(a + b)/2 = c$ , correspond en

Nix: Ja, da liegt eine offene Stelle. Es ist offen, wie diese Bewertung vorgenommen werden kann. Ich gehe davon aus, dass im Fall der Unabhängigkeit der Bewertungen des Vaters von Englischnote und Mathematiknote für die Verträglichkeit von Englisch- und Mathenote  $v(a \text{ und } b) = v(a)v(b)$  gilt.

Nux: Was heißt das ?

Nix: Nun – wenn er seine Erwartungshaltung oder Bewertung der Mathematiknote nicht abhängig macht von der Englischnote, die sein Sohn nach Hause bringt, dann ist es plausibel, die jeweiligen Bewertungen der Notenkombinationen als Produkt der Einzelbewertungen anzusetzen.

Nox: Du meinst, die Produktbildung bildet das Bewertungsverhalten des Vaters hier geeignet ab ?

- Kleine Pause -

Du hast recht, die mit der Aggregationsvorschrift für  $c=(a + b)/2$  berechnete Verträglichkeitsfunktion

$v(c) = \text{Max } v(a \text{ und } b)$  mit  $(a + b)/2 = c$  entspricht

ce point aux idées du père, en tant que les maxima des fonctions de compatibilité  $v(a)$  (pour la note en anglais) et  $v(b)$  (pour la note en mathématique) résultent en un maximum de la fonction de compatibilité agrégée  $v(c)$  et que le cours de la fonction résultante paraît correspondre à ceux des fonctions originales.

Nux: Ah – je vois ! N'est-ce pas ainsi et pareil dans le calcul de probabilité ?

Nix: Si, mais il y a une différence. Et celle-là est essentielle.

Nux: Je sais déjà. La présentation du même exemple à l'aide du calcul de probabilité recourt à l'opération de la convolution des fonctions de densité de probabilité.

Nix: Et présuppose un ensemble défini, une population ou une série, auxquels se réfèrent les propositions.

Nox: Une présupposition, qui évidemment n'a pas de quoi quant à notre exemple des notes scolaires.

Nix: En effet : La fonction de densité de probabilité résultante de la convolution des fonctions de densité



insofern den Vorstellungen des Vaters, als die Maxima der Verträglichkeitsfunktionen  $v(a)$  (für die Englischnote) und  $v(b)$  (für die Mathematiknote) zu einem Maximum in der aggregierten Verträglichkeitsfunktion  $v(c)$  führen und auch der Verlauf der Funktion als dem der Eingangsfunktionen entsprechend erscheint.

Nux: Aha. - Ist das nicht in der Wahrscheinlichkeitsrechnung genauso ?

Nix: Ja. Aber es gibt einen Unterschied. Und der ist wesentlich.

Nux: Ich weiß schon. Die Darstellung des gleichen Beispiels mithilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung greift zurück auf die Operation der Faltung von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen.

Nix: Und setzt eine eine definierte Menge voraus, eine Grundgesamtheit oder Serie, auf die sich die Aussagen beziehen.

Nox: Eine Voraussetzung, die bei unserem Schulnotenbeispiel offenbar nicht erfüllt ist.

Nix: Nämlich: Die aus der Faltung der zugrunde gelegten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen de

probabilité, qui ont été prises pour base, elle devrait exprimer, combien l'élève considèrerait, que la moyenne respective des notes concorderait avec les idées de son père.

Nox: Mais ceci évidemment n'est pas le cas, car la moyenne des notes, qui correspondrait avec une probabilité maximale avec les idées du père, selon la fonction résultante y correspondrait seulement avec une moindre probabilité.

Nix: Si en plus on allait former la moyenne de plusieurs notes spéciales, sur lesquelles le père allait juger selon ses mêmes idées, la fonction résultante serait de plus en plus - en dépendance du numéro des notes dont il faut former la moyenne – formée comme une cloche.

Nox: Mais ceci signifierait, que l'on trouverait maximalement probable, que le père apprécie de bonnes notes dans les matières considérées, mais que d'autre part on trouverait maximalement probable, que il apprécie une moyenne médiocre. Ça se contredit.

Nix: Oui. C'est une contradiction.

resultierende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion müßte aussagen, für wie wahrscheinlich der Schüler es hält, dass der jeweilige Notenschnitt mit den Vorstellungen seines Vaters übereinstimmt.

Nox: Dies ist aber offenbar nicht der Fall, denn der Notenschnitt, der höchstwahrscheinlich den Vorstellungen des Vaters entspricht, würde in der Ergebnisfunktion diesen Vorstellungen nur mit geringer Wahrscheinlichkeit entsprechen.

Nix: Würde man darüber hinaus den Schnitt über mehrere Fachnoten bilden, über deren Ausprägungen der Vater jeweils die gleichen Vorstellungen hätte, so würde sich die resultierende Funktion in Abhängigkeit von der Anzahl der zu mittelnden Noten mehr und mehr zu einer Glockenkurve entwickeln.

Nox: Das würde aber bedeuten, dass es zwar den Vorstellungen des Vaters höchstwahrscheinlich entspricht, wenn der Schüler in den einzelnen Fächern gute Noten hat, dass es aber andererseits seinen Vorstellungen höchstwahrscheinlich entspricht, wenn er einen mittelmäßigen Notenschnitt hat. Das ist ein Widerspruch.

Nix: Ja. Das ist ein Widerspruch.

Nux: Pour cela on peut dire, que l'application du calcul de probabilité sur l'exemple de l'estimation des notes scolaires n'est pas adéquate. Aussi peu que sur des questions structurées semblablement.

Nix: Alors – on vient de montrer, que dans certains cas la langue courante nous permet d'appliquer la notion de *probabilité*, que toutefois l'application du calcul de probabilité nous mène à une contradiction.

Nox: À quoi est-ce dû ?

Nix: Je pense, au moins là, ou on dit *probable* dans le sens d'une estimation subjective, on ne peut pas agréger sur les probabilités par leurs addition.

La convolution de deux fonctions selon les règles du calcul de probabilité ne permet pas alors d'interpréter les résultats sans contradiction.

- pause -

Nux: Je n'arrive pas à m'expliquer ça. L'application du calcul de probabilité présuppose toujours un espace clos d'évènements possibles, l'ensemble des évènements possibles.

Nux: Daher kann man sagen, dass die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf das Beispiel der Schulnotenbewertung nicht angemessen ist. Ebenso wenig wie auf ähnlich strukturierte Fragen.

Nix: Da haben wir nun gezeigt, dass wir in gewissen Fällen umgangssprachlich den Begriff *Wahrscheinlichkeit* anwenden können, jedoch führt die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu einem Widerspruch.

Nox: Woran liegt das ?

Nix: Ich meine, man darf zumindest dort, wo *wahrscheinlich* im Sinne einer subjektiven Einschätzung benutzt wird, nicht über den Wahrscheinlichkeiten durch Summenbildung aggregieren. Die Faltung von zwei Funktionen nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung erlaubt es dann nicht, die Ergebnisse ohne Widerspruch zu interpretieren.

- Pause -

Nux: Ich kann mir das nicht erklären. Die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung setzt immer eine abgeschlossene Menge von möglichen Ereignissen voraus : die Grundgesamtheit.

Nix: C'est ça exactement. Tout d'abord, à vrai dire, il paraît comme si c'était le cas dans notre exemple des notes scolaires. Mais on voit vite, que l'ensemble des événements possibles est l'ensemble des idées d'une personne, et non pas dans une série ou un ensemble clos d'évènement distincts. En plus l'agrégation des notes 2, 3 et 4 par l'addition des probabilités correspondantes selon le calcul de probabilité nous mène à une contradiction.

Nux: Dans le contexte des estimations, lesquelles le père a fait quant aux notes scolaires de son fils, l'application du calcul de compatibilité me semble avoir bien plus de sens. Ici on renonce à l'additivité.

Nix: Ce qui veut dire, que l'on renonce à l'axiome II de Kolmogorov.

Nox: Donc on renonce à l'additivité.

Nix : Explique doc, s'il te plaît, ce que c'est que l'additivité !

Nux: Pour le dire plus précisément : on renonce au concept de l'ensemble de population , qui est essentielle pour le calcul de probabilité, on renonce à

Nix: Genauso ist es. Es scheint zwar zunächst so, als ob dies bei unserem Beispiel der Schulnoten der Fall wäre. Aber man sieht schnell, dass die Grundgesamtheit in den Vorstellungen einer Person besteht, und nicht etwa in einer Serie oder einer abgeschlossenen Menge verschiedener Fälle. Außerdem führt uns die Aggregation der Noten 2, 3 und 4 bei der Addition der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entsprechend der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu einem Widerspruch.

Nux: Im Zusammenhang mit den Bewertungen, die der Vater für die Schulnoten seines Sohnes vorgenommen hat, erscheint mir vielmehr die Anwendung der Verträglichkeitsrechnung sinnvoll. Hier wird auf die Additivität verzichtet.

Nix: Das heißt, man verzichtet auf das Axiom II von Kolmogorov.

Nox: Man verzichtet also auf die Additivität.

Nix : Erklär doch mal, bitte, was das eigentlich ist, die Additivität !

Nux: Um es genauer zu sagen : Man verzichtet auf das Konzept der Grundgesamtheit, das für die

l'espace clos d'évènements, on n'exige pas, que la somme des probabilités considérées soit un.

Nix: C'est vrai. Car les estimations du père ne sont pas faites dans un espace clos d'évènements.

Nux: Il n'y a aucune nécessité que ces estimations dans leurs somme devraient donner 100 % ou l'unité. Les estimations sont uniquement données sur une escale de zéro à un. Sur la somme, on ne présuppose rien.

Nix: Dans la théorie de probabilité au contraire, on présuppose, que la probabilité de tous les évènements d'un espace d'évènements clos soit 1. On exige pas cela dans le calcul de compatibilité.

Nux: Ce qui est intéressant dans ce contexte, c'est la méthode axiomatique. Kolmogorov a publié une fondation axiomatique de la théorie de probabilité, dans laquelle est mentionnée comme axiome important la clôture de l'espace des évènements.

Nix: Avec la conséquence, que la somme des probabilités des évènements dans cet espace d'évènements soit 1. L'unité. Ou 100 %, L'espace



Wahrscheinlichkeitstheorie wesentlich ist, auf den abgeschlossenen Ereignisraum, auf die Forderung, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten Eins ist.

Nix: Richtig. Denn die Bewertungen des Vaters bilden keinen abgeschlossenen Ereignisraum.

Nux : Es besteht keinerlei Notwendigkeit, dass diese Bewertungen in der Summe 100% oder die Einheit ergeben müssen. Die Bewertungen werden lediglich in der Skala 0 bis 1 vorgenommen, über ihre Summe wird nichts vorausgesetzt.

Nix: In der Wahrscheinlichkeitstheorie hingegen geht man davon aus, dass die Wahrscheinlichkeit aller Ereignisse eines abgeschlossenen Ereignisraumes 1 ist. Das wird in der Verträglichkeitsrechnung nicht gefordert.

Nux: Interessant ist in diesem Zusammenhang die axiomatische Methode. Kolmogorov hat eine axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie veröffentlicht, in welcher ein wichtiges Axiom die Abgeschlossenheit des Ereignisraumes ist.

Nix: Mit der Konsequenz, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse in diesem Ereignisraum 1 ist. Die Einheit. Oder 100 %.

d'évènement, qui est regardé comme clos, existe avec la probabilité 1, aussi long, qu'il existe.

*Nux*: Pareil à la logique, qui n'est valable que dans des espaces clos de considération, les règles du calcul de probabilité également ne valent que dans des espaces clos d'évènements.

*Nix*: Et lors des appréciations ou des estimations, qui se font, sans que l'espace des évènements soit clos, l'application des règles du calcul de probabilité mène possiblement à des résultats sans sens, plus précisément à une contradiction.

*Nox*: Peut-être les réacteurs nucléaires, qui sont dits à 99 % sûrs, explosent quand même, parce que l'on a calculé ces 99 % avec les règles du calcul de probabilité ?

*Nux*: À l'aide du calcul de probabilité calculés – est-ce que les résultats sont définitivement faux? Nul part, ou il s'agit d'estimations ? Ou peut-être seulement quelquefois, ou plus ou moins ..... ?

*Nix*, *Nox* und *Nux* regardent stupéfaits, désassûrés

Der Ereignisraum, der als abgeschlossen betrachtet wird, existiert mit der Wahrscheinlichkeit 1, solange er existiert.

*Nux*: So wie die Logik nur in abgeschlossenen Betrachtungsräumen gilt, so gelten die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung gleichermaßen nur in abgeschlossenen Ereignisräumen.

*Nix*: Und bei Bewertungen oder Schätzungen, die stattfinden, ohne dass der Ereignisraum abgeschlossen wäre, führt die Anwendung der Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung möglicherweise zu nicht sinnvollen Ergebnissen, d.h. zu einem Widerspruch.

*Nox*: Vielleicht explodieren die Kernreaktoren, die angeblich zu 99% sicher sind, weil man die 99% mithilfe der Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung ermittelt hat ?

*Nux*: Mithilfe der Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung berechnet – stimmen dann die Ergebnisse garantiert nicht ? Nirgendwo, wo es um Einschätzungen geht ? Oder nur vielleicht manchmal, oder mehr oder weniger ..... ?

*Nix*, *Nox* und *Nux* schauen belämmert, verunsichert

Nux: Au moins dans le contexte donné ici, l'application du calcul de probabilité est douteux.

Nix : Tandis que le calcul de compatibilité permet une connexion, qui attribue aux possibles combinaisons des notes **le produit** des estimations des notes partielles en anglais et en mathématique respectivement et en prend le maximum comme valeur de la fonction résultante.

Nox: Seulement je me demande, si il n'y aurait pas autre moyen de définir l'estimation des combinaisons possibles.

Nux: Pourquoi ça ?

Nix: Parce que pour connecter les deux fonctions de compatibilités de notre exemple des notes scolaires, on pourrait justement ne pas choisir le produit des estimations des notes partielles en anglais et en mathématique respectivement, mais appliquer une autre opération pour trouver la compatibilité de la moyenne de ces notes avec les idées du père.

Nux: Ah – je vois. On pourrait y attribuer le maximum, par exemple- n'est-ce pas ?

Nux: Zumindest im hier gegebenen Zusammenhang ist die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung fragwürdig.

Nix : Während die Verträglichkeitsrechnung eine Verknüpfung erlaubt, die – das hast Du vorhin so definiert, Nix, die den möglichen Notenkombinationen das Produkt der jeweiligen Einschätzungen der Noten in Englisch und in Mathematik zuordnet und darüber das Maximum als Funktionswert auswählt.

Nox: Nur frage ich mich, ob es keine andere Möglichkeit gibt, die Einschätzung der möglichen Kombinationen zu definieren.

Nux: Warum ?

Nix: Weil wir für die Verknüpfung der beiden Verträglichkeitsfunktionen aus unserem Beispiel der Schulnoten eben nicht das Produkt der Schätzungen der einzelnen Noten jeweils in Englisch und in Mathematik wählen, sondern eine andere Operation anwenden, um die Verträglichkeit des jeweiligen Notenschnitts mit den Vorstellungen des Vaters zu finden.

Nux: Ah – ja, klar. Man könnte zum Beispiel das Maximum anstelle des Produkts bilden, nicht wahr ?

Nox : Oui, le produit et le maximum, les deux ne nous mènent pas à la contradiction qu'on a obtenue en appliquant le calcul de probabilité. Nous prenons pour les combinaisons possibles des notes le produit ou le maximum des estimations des combinaisons possibles. Alors on trouverait maximale compatible la moyenne des notes avec l'appréciation du père, qui résulte des notes dans les matières considérées maximale compatible avec le contentement du père. Ça ne se contredit pas. C'est ainsi, qu'on a voulu construire le calcul de compatibilité.

- petite pause -

Mais pourtant, je me demande, si il n'y aurait pas encore d'autres moyens de définir l'estimation des combinaisons possibles. Le produit, le maximum et d'autres .....

C'est alors que Leunammi Lokrom intervient et dit :

Stop ! Arrête, Nox ! Rien ne va plus !  
Ça suffit pour aujourd'hui !

Nox : Ja, das Produkt und das Maximum, diese beiden Funktionen führen uns nicht zum Widerspruch, den wir bei der Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung erhalten haben. Für die Schätzung der Verträglichkeit von möglichen Notenkombinationen nehmen wir Produkt oder Maximum der einzelnen Verträglichkeiten und darüber für einen Notenschnitt dann das Maximum der Verträglichkeit aus allen Kombinationen. Dann hat der jeweilige Notendurchschnitt die maximale Verträglichkeit mit den Vorstellungen des Vaters über die Noten in den einzelnen Fächern. Da entsteht kein Widerspruch. So haben wir die Verträglichkeitsrechnung konstruieren wollen.

- kleine Pause -

Aber trotzdem frage ich mich, ob es nicht noch andere Möglichkeiten gäbe, Einschätzungen von Kombinationen vorzunehmen. Das Produkt, das Maximum und andere .....

Da schreitet Leunammi Lokrom ein und sagt :

Stop ! Halt, Nox ! Rien ne va plus !  
Für heute reicht es !

